

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΣΑΒΒΑΤΟ 28 ΜΑΪΟΥ 2005  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

**A.** Να αποδειχθεί ότι για δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

**Μονάδες 10**

**B. α.** Ποιες μεταβλητές λέγονται ποσοτικές;

**Μονάδες 3**

**β.** Πότε μια ποσοτική μεταβλητή ονομάζεται διακριτή και πότε συνεχή;

**Μονάδες 4**

**Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

**α.** Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει  $f'(x) > 0$  για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ.

**Μονάδες 2**

**β.** Ισχύει  $\left( \frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$ ,

όπου f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

**Μονάδες 2**

γ. Η διακύμανση είναι μέτρο θέσης.

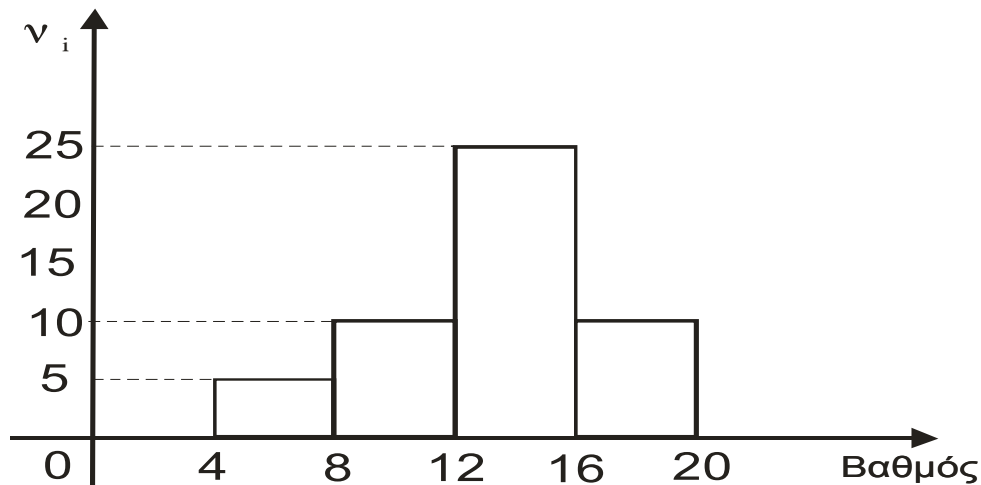
Μονάδες 2

δ. Αν  $A \subseteq B$  τότε  $P(A) > P(B)$ .

Μονάδες 2

### ΘΕΜΑ 2ο

Σε ένα διαγώνισμα Βιολογίας η βαθμολογία των μαθητών δίνεται από το παρακάτω ιστόγραμμα συχνοτήτων  $v_i$ :



α. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις βαθ/γίας [ )	Κέντρο κλάσης $x_i$	Συχνότητα $v_i$	Σχετική συχνότητα $f_i$	Αθροιστική συχνότητα $N_i$	Αθρ. σχετ. συχνότητα $F_i$
[4, 8)					
[8, 12)					
[12, 16)					
[16, 20)					
Σύνολο					

Μονάδες 11

β. Να βρείτε τη μέση τιμή των βαθμών.

Μονάδες 8

γ. Πόσοι μαθητές έχουν βαθμό μέχρι και 10;

Μονάδες 6

**ΘΕΜΑ 3ο**

Έστω  $A, B$  ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , ώστε να ισχύουν:

(i) Η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί ένα τουλάχιστον από τα ενδεχόμενα  $A, B$  είναι  $\frac{7}{8}$ .

(ii) Οι πιθανότητες  $P(B)$ ,  $P(A \cap B)$  δεν είναι ίσες και ανήκουν στο σύνολο  $X = \left\{ k, \frac{1}{2}, \frac{5}{4} \right\}$ , όπου

$$k = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x - 15}{x^2 - 6x + 5}.$$

α. Να βρεθεί το  $k$ .

**Μονάδες 5**

β. Να βρεθούν τα  $P(B)$ ,  $P(A \cap B)$  και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 8**

γ. Να βρεθούν οι πιθανότητες:

(1) Να πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο  $A$ .

**Μονάδες 6**

(2) Να πραγματοποιηθεί μόνο το ενδεχόμενο  $A$ .

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .

α. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της  $f$  στο σημείο  $\Lambda(1,1)$ .

**Μονάδες 7**

β. Από τυχαίο σημείο  $M(x, y)$  της γραφικής παράστασης της  $f$  φέρνουμε παράλληλες ευθείες προς τους άξονες  $xx'$  και  $yy'$ , οι οποίες σχηματίζουν με τους ημιάξονες  $Ox$ ,  $Oy$  ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

Να βρεθούν οι συντεταγμένες του σημείου Μ, ώστε η περίμετρος του ορθογωνίου παραλληλογράμμου να είναι ελάχιστη.

**Μονάδες 10**

- γ. Οι τετμημένες πέντε διαφορετικών σημείων της εφαπτομένης του ερωτήματος (α) έχουν μέση τιμή  $\bar{x} = 5$  και τυπική απόκλιση  $s_x = 2$ .

Να βρεθεί η μέση τιμή  $\bar{y}$  και η τυπική απόκλιση  $s_y$  των τεταγμένων των σημείων αυτών.

**Μονάδες 8**

### **ΟΛΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΥΠΟΨΗΦΙΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο. Τα σχήματα που θα χρησιμοποιήσετε στο τετράδιο μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μετά τη 10.30' πρωινή.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**  
**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ' ΤΑΞΗΣ  
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΔΕΥΤΕΡΑ 23 ΜΑΙΟΥ 2005  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

**A)** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης  $f(x) = c$  είναι  $(c)' = 0$ .

***Μονάδες 10***

**B)** Πότε μία συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της;

***Μονάδες 5***

**Γ)** Για καθεμιά από τις επόμενες προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της και δίπλα την ένδειξη (**Σ**), αν αυτή είναι σωστή, ή την ένδειξη (**Λ**), αν αυτή είναι λανθασμένη.

**α)** Σε μία κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το εύρος ισούται περίπου με έξι τυπικές αποκλίσεις, δηλαδή  $R \approx 6s$ .

***Μονάδες 2***

**β)** Ο συντελεστής μεταβολής ενός δείγματος τιμών μιας οιασδήποτε μεταβλητής  $X$  ορίζεται (για  $s \neq 0$ ) από το λόγο  $CV = \frac{\bar{X}}{s}$ , όπου  $\bar{X}$  η μέση τιμή και  $s$  η τυπική απόκλιση.

***Μονάδες 2***

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

γ) Για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει:  $(\sin x)' = \eta \mu x$ .

**Μονάδες 2**

δ) Η ταχύτητα ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα και η θέση του στον άξονα κίνησής του εκφράζεται από τη συνάρτηση  $x = f(t)$ , θα είναι τη χρονική στιγμή  $t_0$

$$v(t_0) = f'(t_0).$$

**Μονάδες 2**

ε) Σε ένα δείγμα τιμών μιας οιασδήποτε μεταβλητής  $X$  το εύρος  $R$  ορίζεται από τη σχέση:

$R = \text{μεγαλύτερη παρατήρηση} + \text{μικρότερη παρατήρηση}.$

**Μονάδες 2**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f(x)$ .

**Μονάδες 5**

β) Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ .

**Μονάδες 5**

γ) Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ .

**Μονάδες 7**

δ) Να βρείτε την πρώτη παράγωγο  $f'(x)$ , της  $f(x)$ .

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Οι ώρες παρακολούθησης τηλεοπτικών προγραμμάτων από 20 άτομα σε διάστημα μιας εβδομάδας αναγράφονται στον παρακάτω (ελλιπή) πίνακα:

Ωρες παρακολούθησης $x_i$	Συχνότητα $v_i$	$x_i v_i$	$x_i^2 v_i$
2			
3	6		
9			
11	2		
<b>Σύνολο</b>	$v = 20$		

Στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων του παραπάνω πίνακα δίνεται ότι η γωνία του κυκλικού τομέα, που αντιστοιχεί στην παρατήρηση  $x_1 = 2$  ώρες, είναι  $\alpha_1 = 72^\circ$ .

α) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 12**

β) Θεωρώντας γνωστό ότι για τη διακύμανση ισχύει ο τύπος

$$s^2 = \frac{1}{v} \left[ \sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left( \sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{v} \right]$$

να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση  $s$ .

**Μονάδες 5**

γ) Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV του δείγματος.

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι ώρες πρωινής εργασίας των μαθητών ενός τμήματος Εσπερινού Λυκείου:

Ώρες εργασίας μαθητών $x_i$	Συχνότητα $v_i$
1	$\alpha$
2	5
3	$\beta$
4	2
5	1

Όπου  $\alpha$  και  $\beta$  είναι οι τιμές του τοπικού μεγίστου και του τοπικού ελαχίστου αντίστοιχα της συνάρτησης

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 1, x \in \mathbb{R}.$$

α) Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha = 4 \quad \text{και} \quad \beta = 3.$$

**Μονάδες 10**

β) Να βρείτε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  και τη διάμεσο  $\delta$  των ωρών πρωινής εργασίας των μαθητών.

**Μονάδες 10**

γ) Πόσοι μαθητές εργάστηκαν το πολύ 4 ώρες.

**Μονάδες 5**



ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους υποψηφίους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα δεν θα τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν.  
Δεν επιτρέπεται να γράψετε οποιαδήποτε άλλη σημείωση.  
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 8 ΙΟΥΛΙΟΥ 2005  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

**A.1.** Δίνονται οι συναρτήσεις  $F(x)$ ,  $f(x)$  και  $g(x)$  με  $F(x) = f(x) + g(x)$ .

Αν οι συναρτήσεις  $f$ ,  $g$  είναι παραγωγίσιμες, να αποδείξετε ότι:  $F'(x) = f'(x) + g'(x)$ .

**Μονάδες 9**

**A.2.** Πώς ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας μιας μεταβλητής  $x$ , αν  $\bar{x} > 0$  και πώς, αν  $\bar{x} < 0$ ;

**Μονάδες 4**

**B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα, το οποίο αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

**α.** Οι ποιοτικές μεταβλητές διακρίνονται σε διακριτές και συνεχείς.

**Μονάδες 2**

**β.** Αν  $x > 0$ , τότε  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ .

**Μονάδες 2**

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

- γ. Στην περίπτωση των ποσοτικών μεταβλητών, εκτός από τις συχνότητες  $f_i$  και  $n_i$ , χρησιμοποιούνται και οι λεγόμενες αθροιστικές συχνότητες  $F_i$ ,  $N_i$ .

**Μονάδες 2**

- δ. Τα σπουδαιότερα μέτρα διασποράς μιας μεταβλητής είναι η μέση τιμή και η διάμεσος αυτής.

**Μονάδες 2**

- ε. Αν για τα ενδεχόμενα  $A$ ,  $B$  του ίδιου δειγματικού χώρου  $\Omega$  με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα ισχύει  $P(A)=P(B)$ , τότε είναι πάντοτε  $N(A)=N(B)$ .

**Μονάδες 2**

- στ. Η έννοια της συνέχειας μιας συνάρτησης αναφέρεται μόνο σε σημεία του πεδίου ορισμού της.

**Μονάδες 2**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \alpha \ln x - \beta x^2$  με  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

- α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .

**Μονάδες 3**

- β. Να βρείτε την παράγωγο της  $f$  για κάθε  $x$ , το οποίο ανήκει στο πεδίο ορισμού της.

**Μονάδες 5**

- γ. Να βρείτε τα  $\alpha$  και  $\beta$ , ώστε η εφαπτομένη στο σημείο  $A(1,1)$  της γραφικής παράστασης της  $f$  να είναι  $y=3x-2$ .

**Μονάδες 10**

- δ. Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 2} (f'(x) \cdot x^3)$ .

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το 50% των παρατηρήσεων έχουν τιμή μεγαλύτερη του 20. Το 81,5% των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα (16,22) με άκρα του διαστήματος χαρακτηριστικές τιμές της κανονικής κατανομής  $\bar{x} \pm 3s$ ,  $\bar{x} \pm 2s$ ,  $\bar{x} \pm s$ ,  $\bar{x}$ .

**α.** Να δείξετε ότι  $\bar{x} = 20$  και  $s = 2$ .

**Μονάδες 10**

**β.** Να βρείτε το  $\alpha \in \mathbb{N}^*$ , αν είναι γνωστό ότι στο διάστημα  $(\bar{x} - \alpha \cdot s, \bar{x} + \alpha \cdot s)$  ανήκει το 95% περίπου των παρατηρήσεων.

**Μονάδες 5**

**γ.** Αν  $R$  είναι το εύρος της κατανομής, να βρείτε την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης  $f(x) = \frac{R}{2}x^2 - (\bar{x} + 4)x + 9s$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Έστω ο δειγματικός χώρος  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα. Για τα ενδεχόμενα  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  του  $\Omega$  είναι

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \quad A \cap B = \{1, 3, 4\}, \quad A - B = \{2, 6\} \text{ και}$$

$$\Gamma = \left\{ x \in \Omega / \frac{x+1}{x-1} \geq 2 \right\}.$$

**α.** Να υπολογίσετε τις πιθανότητες  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(\Gamma)$ .

**Μονάδες 9**

**β.** Να βρείτε την πιθανότητα, ώστε να πραγματοποιηθεί το  $B$  και όχι το  $\Gamma$ .

**Μονάδες 3**

- γ. Να βρείτε την πιθανότητα, ώστε να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα Β και Γ.

**Μονάδες 3**

- δ. Αν  $s^2$  είναι η διακύμανση των τιμών  $\lambda$ ,  $3\lambda$ ,  $5\lambda$ , όπου  $\lambda \in \Omega$ , να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχόμενου  $\Delta = \{\lambda \in \Omega / s^2 > 24\}$ .

**Μονάδες 10**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΥΠΟΨΗΦΙΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μετά την **10.30'** πρωινή.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Δ' ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΤΕΤΑΡΤΗ 29 ΙΟΥΝΙΟΥ 2005  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

- A.** Αν η  $f$  είναι παραγωγίσιμη συνάρτηση, τότε να αποδείξετε ότι  $[c \cdot f(x)]' = c \cdot f'(x)$ , όπου  $c$  σταθερός πραγματικός αριθμός.

**Μονάδες 10**

- B.** Για καθεμιά από τις επόμενες προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της και δίπλα την ένδειξη ( $\Sigma$ ), αν αυτή είναι σωστή, ή την ένδειξη ( $\Lambda$ ), αν αυτή είναι λανθασμένη.

- α)**  $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$ , όπου  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

**Μονάδες 3**

- β)**  $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ , όπου  $n$  φυσικός αριθμός διάφορος του μηδενός και  $x \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 3**

- γ)**  $(\sin x)' = \cos x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 3**

- δ)** Η διάμεσος ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων δεν είναι μέτρο θέσης.

**Μονάδες 3**

- ε)** Σε μία κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το 95% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

διάστημα  $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$ , όπου  $\bar{x}$  η μέση τιμή και  $s$  η τυπική απόκλιση.

**Μονάδες 3**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 5**

β) Να βρείτε την πρώτη παράγωγο  $f'(x)$  και να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $f'(x) = 0$  έχει ρίζες τους αριθμούς 3 και  $-1$ .

**Μονάδες 10**

γ) Να βρείτε τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης  $f$  στο διάστημα  $(1, +\infty)$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$  με τις αντίστοιχες συχνότητές τους. Το μέγεθος του δείγματος είναι  $n = 80$  και η μέση τιμή είναι  $\bar{x} = 2,6$ .

$x_i$	$v_i$
1	12
2	$\mu$
3	$\lambda$
4	25
Σύνολο	$n = 80$

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

α) Να αποδείξετε ότι  $\mu = 33$  και  $\lambda = 10$ .

**Μονάδες 10**

β) Να υπολογίσετε τη διάμεσο του δείγματος.

**Μονάδες 6**

γ) Να υπολογίσετε τη διακύμανση του δείγματος.

**Μονάδες 9**

Για τον υπολογισμό της διακύμανσης του δείγματος μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον τύπο:

$$s^2 = \frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left( \sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{n} \right]$$

**ΘΕΜΑ 4ο**

Οι μηνιαίοι μισθοί των υπαλλήλων μιας Αμερικανικής εταιρείας έχουν μέση τιμή  $\bar{x}_A = 1.000$  δολάρια και τυπική απόκλιση  $s_A = 125$  δολάρια. Οι μισθοί των υπαλλήλων μιας Ευρωπαϊκής εταιρείας έχουν μέση τιμή  $\bar{x}_E = 800$  ευρώ και τυπική απόκλιση  $s_E = 90$  ευρώ.

α) Να βρείτε ποια από τις δύο εταιρείες έχει μεγαλύτερη ομοιογένεια μισθών.

**Μονάδες 8**

β) Η Αμερικανική εταιρεία αποφασίζει να αυξήσει το μηνιαίο μισθό κάθε υπαλλήλου κατά 250 δολάρια.



## ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Επίσης η Ευρωπαϊκή εταιρεία αποφασίζει να αυξήσει το μηνιαίο μισθό κάθε υπαλλήλου κατά 20%.

Να βρείτε τη νέα μέση τιμή και τη νέα τυπική απόκλιση των μηνιαίων μισθών και για τις δύο εταιρείες.

**Μονάδες 10**

- γ) Ποια από τις δύο εταιρείες έχει μεγαλύτερη ομοιογένεια των μηνιαίων μισθών μετά τις αυξήσεις;

**Μονάδες 7**

### **ΟΛΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα **δεν θα τα αντιγράψετε** στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν.  
**Δεν επιτρέπεται να γράψετε οποιαδήποτε άλλη σημείωση.**  
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μια (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ