

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
(ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)  
ΤΡΙΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2011  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

**ΗΜΕΡΗΣΙΑ**

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Τι ονομάζεται εύρος μιας μεταβλητής;

**Μονάδες 6**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Η μέση τιμή (μέσος όρος) υπολογίζεται μόνο σε ποσοτικές μεταβλητές. (Μονάδες 2)

**β)** Αν υπάρχουν τα  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  και είναι  $\ell_1, \ell_2 \in \mathbb{R}$   
αντίστοιχα, τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \ell_1 \cdot \ell_2$

(Μονάδες 2)

**γ)** Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες στο  $\mathbb{R}$ , τότε ισχύει:

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g'(x), x \in \mathbb{R}$$

(Μονάδες 2)

**δ)** Ισχύει ότι  $\int_a^b \eta \mu x \, dx = \text{συν} \beta - \text{συν} \alpha$  (Μονάδες 2)

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

- ε) Αν η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $(\alpha, \beta)$  και  $f'(x) > 0$  για κάθε  $x \in (\alpha, \beta)$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $(\alpha, \beta)$ . (Μονάδες 2)

**Μονάδες 10**

**A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α)  $(\ln x)' = \dots\dots\dots$ , με  $x > 0$  (Μονάδες 3)

β)  $(\eta \mu x)' = \dots\dots\dots$  (Μονάδες 3)

γ) Αν  $f$  συνεχής στο  $\mathbb{R}$  με  $\alpha \in \mathbb{R}$ , τότε  $\int_{\alpha}^{\alpha} f(x) dx = \dots\dots\dots$

(Μονάδες 3)

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 4}, & \text{αν } x < 4 \\ \alpha & \text{αν } x = 4 \\ \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2} - 3, & \text{αν } x > 4 \end{cases}$$

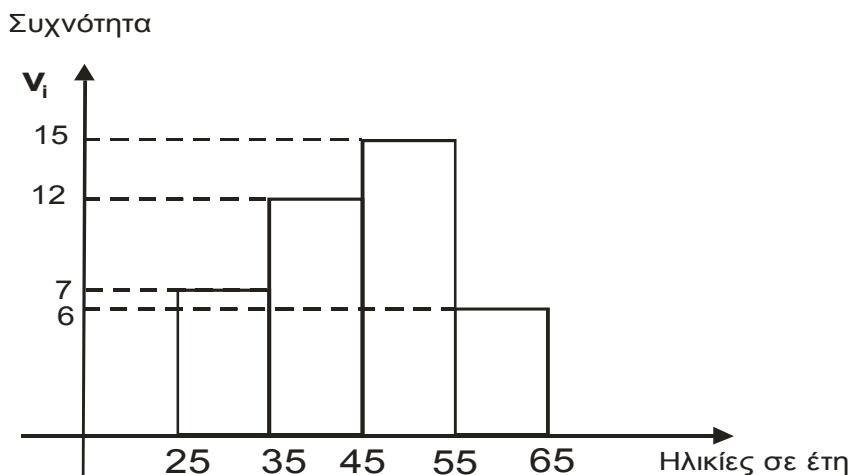
**B1.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$  (Μονάδες 10)

**B2.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$  (Μονάδες 10)

**B3.** Να βρείτε για ποια τιμή του  $\alpha \in \mathbb{R}$  η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0 = 4$ . (Μονάδες 5)

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται το παρακάτω ιστόγραμμα, που αφορά τις ηλικίες 40 εργαζομένων σε μια επιχείρηση.



**Γ1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα που ακολουθεί και να τον συμπληρώσετε με βάση το παραπάνω ιστόγραμμα.

Ηλικίες [ , )	Μέσο διαστήματος $K_i$	Συχνότητα $v_i$		Αθροιστική Συχνότητα $N_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$
[25,35)					
[35,45)					
[45,55)					
[55,65)					
Σύνολα					

**Μονάδες 10**

**Γ2.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των ηλικιών των εργαζομένων.

**Μονάδες 5**

**Γ3.** Πόσοι εργαζόμενοι έχουν ηλικία τουλάχιστον 45 ετών;

**Μονάδες 5**

**Γ4.** Τί ποσοστό εργαζομένων έχουν ηλικία κάτω των 35 ετών;

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$  με  $x \in \mathbb{R}$ .

**Δ1.** Να μελετηθεί η συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία στο πεδίο ορισμού της. **Μονάδες 6**

**Δ2.** Να βρεθούν τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα  $I = \int_1^3 f'(x) dx$

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Αν  $g(x) = 3x^2 - 12x + 9$  με  $x \in \mathbb{R}$ , να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g$ , τον άξονα  $x'x$  και τις ευθείες με εξισώσεις  $x=0$  και  $x=3$ . **Μονάδες 8**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Να μη χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.30 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Α΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
(ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)  
ΤΡΙΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2011  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

**ΕΣΠΕΡΙΝΑ**

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1. α)** Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα τιμής  $x_i$  μιας μεταβλητής;

(Μονάδες 4)

**β)** Έστω  $v_1, v_2, \dots, v_k$  οι συχνότητες των τιμών μιας μεταβλητής ενός δείγματος μεγέθους  $n$  και  $f_1, f_2, \dots, f_k$  οι αντίστοιχες σχετικές συχνότητες. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

**i)**  $v_1 + v_2 + \dots + v_k =$

(Μονάδες 2)

**ii)**  $f_1 + f_2 + \dots + f_k =$

(Μονάδες 2)

**Μονάδες 8**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Εύρος τιμών μιας μεταβλητής είναι η διαφορά της μικρότερης τιμής από τη μεγαλύτερη.

(Μονάδες 2)

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Α΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

β) Αν υπάρχουν τα  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell_1, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \ell_2$  όπου

$$\ell_1, \ell_2 \in \mathbb{R}, \text{ τότε: } \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \ell_1 + \ell_2$$

(Μονάδες 2)

γ) Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της, τότε είναι συνεχής στο σημείο αυτό.

(Μονάδες 2)

δ) Ισχύει ότι  $\int_a^b e^x dx = e^a - e^b$

(Μονάδες 2)

**Μονάδες 8**

**A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τις ισότητες:

α)  $(x^a)' = \dots$  με  $a \in \mathbb{R}^*, x > 0$

(Μονάδες 3)

β)  $(\varepsilon \varphi x)' = \dots$  με  $x \in \mathbb{R} - \left\{ k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

(Μονάδες 3)

γ)  $\int_a^b \eta \mu x dx = \dots$

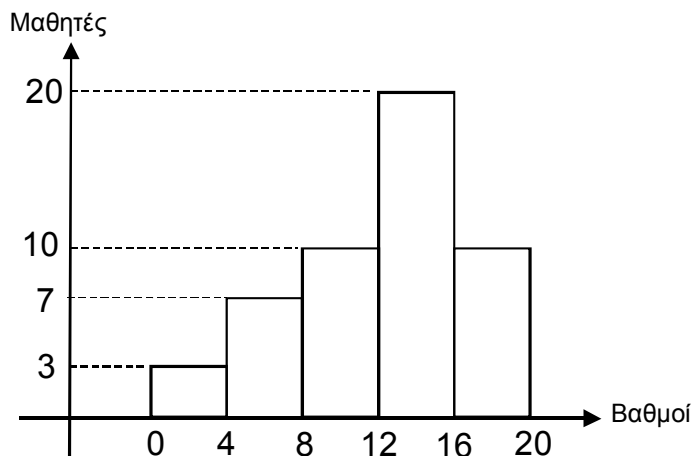
(Μονάδες 3)

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Β**

Οι βαθμοί στο μάθημα των Μαθηματικών 50 μαθητών σε ένα διαγώνισμα έχουν ομαδοποιηθεί σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους:  $[0,4), [4,8), \dots, [16,20)$ . Η συχνότητα των κλάσεων αυτών φαίνεται στο παρακάτω ιστόγραμμα συχνοτήτων:

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ



**B1.** Να κατασκευάσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων, αθροιστικών συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό ( $f_i\%$ ).

**Μονάδες 10**

**B2.** Να βρείτε τη μέση τιμή της βαθμολογίας των μαθητών.

**Μονάδες 5**

**B3.** Τι ποσοστό μαθητών έχει βαθμό τουλάχιστον 12;

**Μονάδες 5**

**B4.** Να μεταφέρετε το ιστόγραμμα στο τετράδιό σας και να δείξετε γραφικά ότι η επικρατούσα τιμή είναι ίση με 14.

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ , όπου  $x > 1$

**Γ1.** Να δείξετε ότι  $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$

**Μονάδες 9**

**Γ2.** Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$\int_2^3 \frac{-2}{(x-1)^2} dx$$

**Μονάδες 6**

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

**Γ3.** Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $(1, +\infty)$ . Κατόπιν να συγκρίνετε τις τιμές  $f(2010)$  και  $f(2011)$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = x^2 + \alpha x + 5, \quad \text{όπου } \alpha = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$$

**Δ1.** Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού  $\alpha$ .

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Αν  $\alpha = -4$ , να μελετήσετε την  $f$  ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

**Μονάδες 8**

**Δ3.** Αν  $\alpha = -4$ , να αποδείξετε ότι  $f(x) > 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 5**

**Δ4.** Αν  $\alpha = -4$ , να υπολογίσετε το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της  $f$ , τον άξονα  $x'x$  και τις ευθείες  $x=0$  και  $x=2$ .

**Μονάδες 6**



**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε **μόνον** τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Να μη χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.30 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**  
**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**