

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 14 ΙΟΥΝΙΟΥ 2001
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

ΘΕΜΑ 1ο

- A.1.** Να αποδείξετε ότι για δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει ότι:
- $$P(A-B) = P(A) - P(A \cap B).$$

Μονάδες 8,5

- A.2.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω σχέσεις και να συμπληρώσετε καθεμιά από αυτές με το κατάλληλο σύμβολο, ($=$, \leq , \geq) έτσι ώστε να είναι αληθής:

α. $P(A') \dots 1-P(A)$

Μονάδες 2

β. αν $A \subseteq B$ τότε $P(B) \dots P(A)$.

Μονάδες 2

- B.1.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

Τα A και B είναι ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω και A' το αντίθετο του ενδεχομένου A .

α. Αν $A' \subseteq B$ τότε $P(A) + P(B) < 1$.

β. Αν $P(A) = P(A')$ τότε $2P(A) = P(\Omega)$.

Μονάδες 4

B.2. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Αν $A \subseteq B$, $P(A) = \frac{1}{4}$ και $P(B) = \frac{5}{12}$ τότε η $P(A \cup B)$

είναι ίση με:

α. $\frac{1}{4}$ β. $\frac{5}{12}$ γ. $\frac{2}{3}$ δ. $\frac{1}{6}$.

Μονάδες 2,5

B.3. Να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της **Στήλης Α** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης Β**, που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Τα A και B είναι ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού

χώρου Ω και ισχύει ότι $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ και

$P(A \cap B) = \frac{1}{5}$.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $P(A-B)$	1. $\frac{1}{20}$
β. $P((B-A)')$	2. $\frac{2}{15}$
γ. $P((A \cap B)')$	3. $\frac{4}{5}$
	4. $\frac{1}{12}$
	5. $\frac{19}{20}$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sin x + \eta \mu x$.

Α. Να αποδείξετε ότι $f(x) + f''(x) = 0$.

Μονάδες 8

Β. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(0,1)$.

Μονάδες 8

Γ. Να βρείτε την τιμή $\lambda \in \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει η σχέση:

$$\lambda f' \left(\frac{\pi}{2} \right) - 2f \left(\frac{\pi}{2} \right) = 2.$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3ο

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται η κατανομή των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων του βάρους 80 μαθητών της Γ' τάξης ενός Λυκείου. Τα δεδομένα έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 κλάσεις.

Βάρος σε κιλά [-)	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα F_i
45-55	0,2
55-65	0,5
65-75	
75-85	

- A.** Αν γνωρίζετε ότι η σχετική συχνότητα της τρίτης κλάσης είναι διπλάσια της σχετικής συχνότητας της πρώτης κλάσης, να βρείτε τις τιμές της αθροιστικής σχετικής συχνότητας που αντιστοιχούν στην τρίτη και τέταρτη κλάση.

Μονάδες 8

- B.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των παραπάνω δεδομένων.

Μονάδες 9

- Γ.** Επιλέγουμε τυχαία από το δείγμα των 80 μαθητών ένα μαθητή.

- α.** Να βρείτε την πιθανότητα να έχει βάρος μικρότερο από 65 κιλά.

Μονάδες 4

- β.** Να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής να έχει βάρος μεγαλύτερο ή ίσο των 55 κιλών και μικρότερο των 75 κιλών.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 4ο

Σε έρευνα που έγινε στους μαθητές μιας πόλης, για τον χρόνο που κάνουν να πάνε από το σπίτι στο σχολείο, διαπιστώθηκε ότι το 50% περίπου των μαθητών χρειάζεται περισσότερο από 12 λεπτά, ενώ το 16% περίπου χρειάζεται λιγότερο από 10 λεπτά.

Υποθέτουμε ότι η κατανομή του χρόνου της διαδρομής είναι κατά προσέγγιση κανονική.

- A.** Να βρείτε το μέσο χρόνο διαδρομής των μαθητών και την τυπική απόκλιση του χρόνου διαδρομής τους.

Μονάδες 6

- B.** Να εξετάσετε, αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Μονάδες 6

- Γ.** Αν οι μαθητές της πόλης είναι 4.000, πόσοι μαθητές θα κάνουν χρόνο διαδρομής από 14 έως 16 λεπτά.

Μονάδες 6

- Δ.** Μια μέρα, λόγω έργων στον κεντρικό δρόμο της πόλης, κάθε μαθητής καθυστέρησε 5 λεπτά. Να βρείτε πόσο μεταβάλλεται ο συντελεστής μεταβολής (CV).

Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο. Τα σχήματα που θα χρησιμοποιήσετε στο τετράδιο μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μια (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ' ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 11 ΙΟΥΝΙΟΥ 2001
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ(4)**

ΘΕΜΑ 1ο

Α. α) Στη **Στήλη I** του παρακάτω πίνακα δίνονται συναρτήσεις $f(x)$ και στη **Στήλη II** οι παράγωγοί τους $f'(x)$. Να γράψετε τα γράμματα της **Στήλης I** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης II** που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Στήλη I Συνάρτηση $f(x)$	Στήλη II Παράγωγος $f'(x)$
A. x	1. $-\eta\mu x$
	2. x^{e-1}
B. \sqrt{x} , $x > 0$	3. $\sigma\upsilon\nu x$
	4. 1
Γ. x^e , $x > 0$ και e ρητός	5. $2\sqrt{x}$
Δ. $\eta\mu x$	6. $e x^{e-1}$
	7. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$
Ε. $\sigma\upsilon\nu x$	8. $\eta\mu x$

Μονάδες 5

- β)** Δίνονται οι παραγωγίσιμες συναρτήσεις $f(x)$ και $g(x)$ στο \mathbf{R} . Να γράψετε στο τετράδιό σας τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων:

$$f(x) + g(x), \quad \frac{f(x)}{g(x)} \text{ με } g(x) \neq 0, \quad f(g(x)).$$

Μονάδες 7,5

Β. Να βρείτε τις παραγώγους των συναρτήσεων:

α) $f_1(x) = x^3 + \eta\mu x + 3 \sigma\upsilon\nu x$

β) $f_2(x) = (x - 1)^2$

γ) $f_3(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

δ) $f_4(x) = \sqrt{x^2 + 3}$

ε) $f_5(x) = \sigma\upsilon\nu(2x+3)$

Μονάδες 12,5

ΘΕΜΑ 2ο

Η εξέταση 10 μαθητών στο μάθημα της Στατιστικής έδωσε τους εξής βαθμούς:

11 3 7 5 16 14 11 10 11 12

Να βρείτε:

- α)** τη διάμεσο,

- β) τη μέση τιμή,
γ) την επικρατούσα τιμή,
δ) το εύρος και
ε) τη διακύμανση
της παραπάνω βαθμολογίας.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας κατανομής συχνοτήτων της μεταβλητής X:

Κλάσεις [-)	Κεντρικές τιμές x_i	Συχνότητα n_i	Σχετική Συχνότητα f_i	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα $F_i\%$
1 - 5				20
5 - 9				50
9 - 13				85
13 - 17				95
17 - 21		2		
Σύνολο			1	

Να γράψετε στο τετράδιό σας συμπληρωμένο τον πίνακα.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + 5x + 6$, $x \in \mathbf{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f δεν έχει ακρότατα.

Μονάδες 10

β) Να βρείτε σε ποιο σημείο της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f η εφαπτομένη έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης.

Μονάδες 5

γ) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x + 6}{x + 1}$

Μονάδες 10

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους υποψηφίους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα δεν θα τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν.
Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΑΒΒΑΤΟ 30 ΙΟΥΝΙΟΥ 2001

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

ΘΕΜΑ 1ο

A.1. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ , τότε να αποδείξετε ότι:

$$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x), \quad \text{όπου } c \text{ πραγματικός αριθμός.}$$

Μονάδες 6,5

A.2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)$

β. $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

γ. $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)}{(g(x))^2}, \quad (g(x) \neq 0)$

δ. $(x^\rho)' = \rho \cdot x^{\rho-1}, \quad \rho \text{ ρητός}, \quad x > 0$

ε. $(\eta \mu x)' = \sigma \upsilon \nu x$

στ. $(\sigma \upsilon \nu x)' = \eta \mu x$

Μονάδες 6

Β.1. Να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της **Στήλης Α** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης Β**, που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Στήλη Α Συνάρτηση f	Στήλη Β Πρώτη παράγωγος της f
α. $2\sqrt{x} + \ln 2$, $x > 0$	1. $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{2}$
β. $\frac{\eta\mu x}{x}$, $x \neq 0$	2. $3\sigma\upsilon\nu 3x$
γ. $\eta\mu 3x$	3. $\frac{\eta\mu x - x\sigma\upsilon\nu x}{x^2}$
	4. $\frac{1}{\sqrt{x}}$
	5. $\frac{x\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x}{x^2}$
	6. $-3\sigma\upsilon\nu 3x$

Μονάδες 7, 5

Β.2. Αν $f(x) = \frac{1}{4}(x-1)^4$ και $f'(\alpha) = 27$, όπου α πραγματικός αριθμός, τότε να βρείτε την τιμή του α .

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

Στο διπλανό πίνακα δίνονται οι θερμοκρασίες των 20 πρώτων ημερών του Μαΐου σε βαθμούς Κελσίου ($^{\circ}\text{C}$).

Τιμές Θερμοκρασίας x_i	Πλήθος Ημερών v_i
22	2
23	4
24	
25	
26	2
27	3

A. Αν γνωρίζουμε ότι η μέση θερμοκρασία των παραπάνω ημερών είναι $24,4^{\circ}\text{C}$, τότε:

α. να βρείτε πόσες ημέρες είχαν θερμοκρασία 24°C και πόσες 25°C

Μονάδες 10

β. να υπολογίσετε την επικρατούσα τιμή και τη διάμεσο.

Μονάδες 5

B. Αν γνωρίζουμε ότι η διάμεσος είναι $24,5^{\circ}\text{C}$, να βρείτε πόσες ημέρες είχαν θερμοκρασία 24°C και πόσες 25°C .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Το βάρος των αποσκευών καθενός εκ των 80 επιβατών μιας πτήσης κάποιας Αεροπορικής Εταιρείας είναι τουλάχιστον 11 κιλά αλλά μικρότερο από 26 κιλά. Γνωρίζουμε ότι 8 επιβάτες έχουν αποσκευές με βάρος μικρότερο από 14 κιλά, το 30% των επιβατών έχει αποσκευές με βάρος μικρότερο από 17 κιλά, 48 επιβάτες έχουν αποσκευές με βάρος μικρότερο από 20 κιλά και 15% των επιβατών έχει αποσκευές με βάρος τουλάχιστον 23 κιλά.

α. Να παρασταθούν τα δεδομένα σε έναν πίνακα συχνοτήτων.

Μονάδες 10

β. Κάθε επιβάτης δικαιούται να μεταφέρει αποσκευές με βάρος μικρότερο των 20 κιλών, διαφορετικά έχει πρόσθετη οικονομική επιβάρυνση. Να βρείτε τι ποσοστό από τους 80 επιβάτες της πτήσης αυτής έχει πρόσθετη οικονομική επιβάρυνση.

Μονάδες 7

γ. Να βρεθούν οι γωνίες των αντιστοιχών κυκλικών τομέων του κυκλικού διαγράμματος σχετικών συχνοτήτων, για τα δεδομένα του προβλήματος.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4ο

Σε ένα σχολείο με 400 μαθητές διδάσκονται η αγγλική και η γαλλική γλώσσα. Κάθε μαθητής είναι υποχρεωμένος να παρακολουθεί τουλάχιστον μία από τις παραπάνω ξένες γλώσσες. Από τους παραπάνω μαθητές 340 παρακολουθούν την αγγλική γλώσσα και 240 τη γαλλική γλώσσα. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή. Έστω Α το ενδεχόμενο να παρακολουθεί την αγγλική γλώσσα και Γ να παρακολουθεί τη γαλλική γλώσσα.

α. Να εξετάσετε αν τα ενδεχόμενα Α και Γ είναι ασυμβίβαστα.

Μονάδες 5

β. Να αποδείξετε ότι:

$$P(\Gamma - A) \leq \frac{3}{5}$$

Μονάδες 5

γ. Να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής να παρακολουθεί μόνο την αγγλική γλώσσα.

Μονάδες 8

δ. Να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής να παρακολουθεί μία μόνο ξένη γλώσσα από αυτές.

Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο. Τα σχήματα που θα χρησιμοποιήσετε στο τετράδιο μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μια (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 10 ΙΟΥΛΙΟΥ 2001
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ 1ο

- A.** Ας υποθέσουμε ότι x_1, x_2, \dots, x_k είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n , $k \leq n$.
Για καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της και ακριβώς δίπλα την ένδειξη **(Σ)**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **(Λ)** αν αυτή είναι λανθασμένη.
- α)** Συχνότητα n_i της τιμής x_i της μεταβλητής X είναι ο φυσικός αριθμός, που δείχνει πόσες φορές εμφανίζεται η τιμή x_i της εξεταζόμενης μεταβλητής X στο σύνολο των παρατηρήσεων.
- β)** Το άθροισμα όλων των συχνοτήτων των τιμών της μεταβλητής X είναι ίσο με 1.
- γ)** Το άθροισμα όλων των σχετικών συχνοτήτων των τιμών της μεταβλητής είναι ίσο με το μέγεθος n του δείγματος.
- δ)** Οι αθροιστικές συχνότητες N_i εκφράζουν το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i .

ε) Οι αθροιστικές σχετικές συχνότητες F_i εκφράζουν το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i .

Μονάδες 12,5

Β. Ένα δείγμα οικογενειών μιας περιοχής εξετάστηκε ως προς τον αριθμό των παιδιών τους και προέκυψε ο πίνακας:

Αριθμός παιδιών x_i	Συχνότητα n_i	Σχετική Συχνότητα f_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα F_i
0	4			
1	12			
2	14			
3	8			
4	2			
Σύνολο:				

Να γράψετε στο τετράδιό σας συμπληρωμένο τον παραπάνω πίνακα.

Μονάδες 12,5

ΘΕΜΑ 2ο

Οι βαθμοί επτά μαθητών στο δεύτερο τετράμηνο στα Μαθηματικά ήταν:

19, 10, 16, 9, 20, α , β
και η μέση βαθμολογία τους (μέσος όρος) 14.

Αν ισχύει η σχέση $\alpha = 2\beta$, να βρείτε:

α) τα α και β

Μονάδες 12

β) τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή της παραπάνω βαθμολογίας.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} \ln x + x + 1$,
όπου $x \in \mathbf{R}$.

Να βρείτε:

α) το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Μονάδες 8

β) την παράγωγο της συνάρτησης f

Μονάδες 9

γ) το σημείο στο οποίο η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f'(x)$ τέμνει τον άξονα $y'y$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$, όπου
 $x \in \mathbf{R}$.

Να βρείτε:

α) τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα και αυτά στα οποία είναι γνησίως φθίνουσα

Μονάδες 10

β) τα ακρότατα της συνάρτησης f

Μονάδες 5

γ) τον ρυθμό μεταβολής της συνάρτησης f στο σημείο $x_0=0$

Μονάδες 5

δ) την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $A(0, f(0))$.

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΥΠΟΨΗΦΙΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα δεν θα τα αντιγράψετε στο τετράδιο.

2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν.

Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.

Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.

4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.

5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ