

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
(ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΕΜΠΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2012
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΗΜΕΡΗΣΙΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Τι ονομάζεται διάμεσος δ ενός δείγματος n παρατηρήσεων που έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά;

Μονάδες 6

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0 . (Μονάδες 2)

β) Το εύρος ως παράμετρος διασποράς εξαρτάται μόνο από τις ακραίες τιμές της μεταβλητής.

(Μονάδες 2)

γ) Έστω συνάρτηση f συνεχής στο $[α,β]$. Τότε ισχύει η ακόλουθη ιδιότητα για το ορισμένο ολοκλήρωμα:

$$\int_{\alpha}^{\gamma} f(x)dx + \int_{\beta}^{\gamma} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx, \text{ με } \alpha < \gamma < \beta. \text{ (Μονάδες 2)}$$

δ) Ισχύει ότι: $(x^{\alpha})' = \alpha x^{\alpha-1}$, $\alpha \in \mathbb{R}^*$, $x > 0$ (Μονάδες 2)

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

- ε) Έστω δύο συνεχείς συναρτήσεις $f, g: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$ με συνεχείς παραγώγους f', g' . Τότε ισχύει ότι:
- $$\int_{\alpha}^{\beta} f'(x)g(x)dx = [f(x)g(x)]_{\alpha}^{\beta} - \int_{\alpha}^{\beta} f(x)g'(x)dx \quad (\text{Μονάδες } 2)$$

Μονάδες 10

A3. Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες:

α) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \dots$ με $\beta > \alpha > 0$ (Μονάδες 3)

β) Έστω συναρτήσεις $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ και $g: B \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(A) \subseteq B$. Αν η f είναι παραγωγίσιμη σε κάθε $x \in A$ και η g παραγωγίσιμη σε κάθε $f(x) \in B$, τότε η σύνθεσή τους $g \circ f: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμη στο A και ισχύει ότι:

$(g \circ f)'(x) = \dots$ (Μονάδες 3)

γ) $\int_{\alpha}^{\beta} c dx = \dots$ με c σταθερά και $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ (Μονάδες 3)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι ημερήσιες ώρες διαβάσματος 25 μαθητών μιας τάξης ενός ΕΠΑ.Λ.

Ημερήσιες ώρες διαβάσματος x_i	Μαθητές v_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Σχετική συχνότητα (%) $f_i\%$	$x_i v_i$
1	6			
2	5			
3	4			
4	κ			
5	$2\kappa + 1$			
Σύνολα	$v = 25$		100	

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

B1. Να υπολογίσετε τον αριθμό κ

Μονάδες 4

B2. Για $\kappa=3$ να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα.

Μονάδες 8

B3. Για $\kappa=3$ να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{x} και να βρείτε τη διάμεσο δ των παρατηρήσεων.

Μονάδες 10

B4. Για $\kappa=3$ να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών που διαβάζουν τουλάχιστον 3 ώρες ημερησίως.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}, & \text{αν } x > 1 \\ \alpha x^2 + \beta x, & \text{αν } x \leq 1 \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

Γ1. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

Μονάδες 5

Γ2. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

Μονάδες 10

Γ3. Να υπολογίσετε τα α και β , ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0=1$ και η γραφική παράσταση της f να διέρχεται από το σημείο $A(-1,2)$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = 3x^2 - 2x - 1$$

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

Δ1. Να βρείτε την παράγουσα F της f , αν $F(0)=1$.

Μονάδες 5

Δ2. Αν $F(x)=x^3-x^2-x+1$, $x \in \mathbb{R}$ να μελετήσετε τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά ακρότατα της F .

Μονάδες 8

Δ3. Να συγκρίνετε τις τιμές $F(2011)$ και $F(2012)$ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Δ4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες με εξισώσεις $x=0$ και $x=1$.

Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Να μη χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Α΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
(ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΕΜΠΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2012
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΕΣΠΕΡΙΝΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Τι ονομάζεται αθροιστική συχνότητα μιας τιμής x_i σε ποσοτική μεταβλητή;

Μονάδες 5

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Τα άκρα των διαστημάτων που αποτελούν το πεδίο ορισμού μιας συνάρτησης f , μπορούν να θεωρηθούν ως πιθανές θέσεις τοπικών ακροτάτων. (Μονάδες 2)

β) Οι ποσοτικές μεταβλητές διακρίνονται σε διακριτές και συνεχείς. (Μονάδες 2)

γ) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής σε σημείο x_0 , τότε το x_0 δεν ανήκει στο πεδίο ορισμού της. (Μονάδες 2)

δ) Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell_1$ όπου $\ell_1 \in \mathbb{R}$, τότε είναι :

$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x)]^v = \ell_1^v$, όπου $v \in \mathbb{N}^*$ (Μονάδες 2)

ε) Έστω f συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$, τότε: $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx < 0$ (Μονάδες 2)

Μονάδες 10

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Α΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

A3. Να γράψετε στο τετράδιό σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις, το γράμμα που συμπληρώνει σωστά την πρόταση.

1. Το άθροισμα των σχετικών συχνοτήτων $f_1+f_2+f_3+...+f_k$ ενός δείγματος μεγέθους n είναι ίσο με:

(α) 1 (β) 10 (γ) 50 (Μονάδες 2)

2. Η παράγουσα της συνάρτησης $\sin x$ είναι ίση με:

(α) $\cos x + c$ (β) $\sin x + c$ (γ) $-\sin x + c$
(Μονάδες 2)

3. Το $\int_{\alpha}^{\beta} 1 dx$ είναι ίσο με:

(α) $\beta + \alpha$ (β) $\beta - \alpha$ (γ) $\alpha - \beta$ (Μονάδες 2)

Μονάδες 6

A4. Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες:

α) $(cf)'(x) = \dots\dots\dots$ όπου $c \in \mathbb{R}$ (Μονάδες 2)

β) $(gof)'(x) = \dots\dots\dots$ (Μονάδες 2)

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Β

Οι βαθμοί 20 φοιτητών που πέρασαν επιτυχώς τα ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι είναι οι παρακάτω:

5, 7, 8, 6, 8, 6, 9, 5, 8, 8, 6, 8, 7, 6, 7, 8, 8, 6, 9, 5

B1. Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων, αθροιστικών συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό ($f_i\%$).

Μονάδες 10

B2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή της βαθμολογίας των φοιτητών.

Μονάδες 5

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ – Α΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

B3. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή.

Μονάδες 3

B4. Να βρείτε τη διάμεσο.

Μονάδες 3

B5. Τι ποσοστό φοιτητών έχει βαθμό τουλάχιστον 8;

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:
$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\kappa} & , \quad x < 1 \\ x^2 + \kappa & , \quad x \geq 1 \end{cases}$$

όπου κ πραγματικός αριθμός, διάφορος του 0.

Γ1. Αν η f είναι συνεχής στο $x_0=1$, να δείξετε ότι $\kappa=1$ ή $\kappa=-2$

Μονάδες 8

Γ2. Αν $\kappa=1$, να υπολογίσετε την παράγωγο $f'(x)$, όταν $x>1$

Μονάδες 4

Γ3. Αν $\kappa=1$, να υπολογίσετε την παράσταση:

$$A=f(50) - f'(245)+1$$

Μονάδες 6

Γ4. Αν $\kappa=1$, να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_0^2 f(x)dx$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f'(x) = x^2 + \lambda x - 6$ όπου $\lambda \in \mathbb{R}$

Δ1. Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο σημείο $x_0 = 3$, να δείξετε ότι $\lambda = -1$

Μονάδες 8

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Α΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

Δ2. Αν $\lambda = -1$, να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία και να βρείτε το είδος των ακροτάτων.

Μονάδες 10

Δ3. Αν $\lambda = -1$, να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(x)}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$

Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε **μόνον** τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Να μη χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ