ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Β.1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Αν η συνάρτηση f είναι ορισμένη στο [α,β] και συνεχής στο (α,β], τότε η f παίρνει πάντοτε στο [α,β] μία μέγιστη τιμή.

2. Κάθε συνάρτηση, που είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, είναι γνησίως μονότονη.

3. Αν υπάρχει το όριο της συνάρτησης f στο x_0 και $\lim\limits_{x\to x_o}|f(x)|=0$ τότε $\lim\limits_{x\to x_o} f(x)=0$

4. Αν $\lim\limits_{x\to x_o} f(x)>0$ τότε $f(x)>0$ κοντά στο x_0

5. Η εικόνα f(Δ) ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης f είναι διάστημα.

6. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα [α,β] και υπάρχει $x_o\in(\alpha,\beta)$ τέτοιο ώστε $f(x_o)=0$ τότε κατ' ανάγκη θα ισχύει $f(\alpha)\cdot f(\beta)<0$

7. Μία συνάρτηση $f: A\to\mathbb{R}$ είναι συνάρτηση 1-1, αν και μόνο αν για οποιαδήποτε $x_1, x_2\in A$ ισχύει η συνεπαγωγή:αν $x_1 = x_2$, τότε $f(x_1) = f(x_2)$.

8. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=l$, αν και μόνο αν $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+}=l$

9. Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με πεδίο ορισμού IR και ορίζονται οι συνθέσεις fog και gof, τότε αυτές οι συνθέσεις είναι υποχρεωτικά ίσες.

10. Οι γραφικές παραστάσεις C και C΄ των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία y = x που διχοτομεί τις γωνίες xOy και x΄Oy΄.

11. Αν ένα σημείο Μ(α,β) ανήκει στη γραφική παράσταση μιας αντιστρέψιμης συνάρτησης f , τότε το Μ΄(α,β) σημείο ανήκει στη γραφική παράσταση C΄ της f^{-1} .

12. Αν υπάρχει το όριο της f στο x_0, τότε $\lim\limits_{x\to x_o}\sqrt[k]{f(x)}=\sqrt[k]{\lim\limits_{x\to x_0}f(x)}$, εφόσον $f(x)\geq 0$ κοντά στο x_0, με $k\in \mathbb{N}$ και $k\geq 2$.

13. Έστω μια 1-1 συνάρτηση f και C, C΄ οι γραφικές παραστάσεις των f και f^{-1} στο ίδιο σύστημα αξόνων. Τότε οι γραφικές παραστάσεις C και C΄ των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία y=x.

14. Αν η f είναι αντιστρέψιμη συνάρτηση , τότε οι γραφικές παραστάσεις C και C΄ των συναρτήσεων f και f^{-1} αντίστοιχα είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία y=x.

15. Αν η f είναι συνεχής στο [α, β] με f(α) < 0 και υπάρχει $\xi\in(\alpha,\beta)$ ώστε f(ξ) = 0, τότε κατ' ανάγκη f(β) > 0

16. Αν υπάρχει το $\lim\limits_{x\to x_o}(f(x)+g(x))$, τότε κατ' ανάγκη υπάρχουν τα $\lim\limits_{x\to x_o}f(x)$ και $\lim\limits_{x\to x_o}g(x)$

17. Αν η f έχει αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} και η γραφική παράσταση της f έχει κοινό σημείο Α με την ευθεία y = x, τότε το σημείο Α ανήκει και στη γραφική παράσταση της f^{-1}.

18. Αν $\lim\limits_{x\to x_o}f(x)=0$ και f(x) > 0 κοντά στο x_o , τότε $\lim\limits_{x\to x_o}\frac{1}{f(x)}=+\infty$.

19. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δε μηδενίζεται σ' αυτό, τότε αυτή ή είναι θετική για κάθε $x\in\Delta$ ή είναι αρνητική για κάθε $x\in\Delta$, δηλαδή διατηρεί πρόσημο στο διάστημα Δ.

20. Αν για δύο συναρτήσεις f,g ορίζονται οι fog και gof, τότε είναι υποχρεωτικά fog ≠ gof.

21. Αν υπάρχει το όριο της συνάρτησης f στο x_0, τότε ισχύει

$$\lim_{x\to x_0}|f(x)|=\left|\lim_{x\to x_0}f(x)\right|$$

22. Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ και $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ αν $\lim\limits_{x\to x_o} f(x)=0$ και $\lim\limits_{x\to x_o} g(x)=+\infty$, τότε $\lim\limits_{x\to x_o}\left[f(x)\cdot g(x)\right]=0$

23. Αν f είναι συνεχής συνάρτηση στο $[\alpha,\beta]$ μια μέγιστη τιμή M και μια ελάχιστη τιμή m.

24. Αν υπάρχει το $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)>0$, τότε $f(x)>0$ κοντά στο χ_0.

25. Αν μία συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ είναι 1-1 , τότε κάθε οριζόντια ευθεία τέμνει τη γραφική παράσταση της f το πολύ ένα σημείο.

26. Αν οι συναρτήσεις f και g έχουν πεδίο ορισμού το [0,1] και σύνολο τιμών το [2,3] , τότε ορίζεται η fog με πεδίο ορισμού το [0,1] και σύνολο τιμών το [2,3]

27. Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης f είναι διάστημα .

28. Η συνάρτηση f(x)=ημx με $x\in\mathbb{R}$ έχει μία μόνο θέση ολικού μεγίστου .

29. Μια συνάρτηση $f:A\to\mathbb{R}$ είναι 1-1 , αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της η εξίσωση $f(x)=y$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς χ.

30. Μια συνάρτηση f είναι 1-1 , αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της η εξίσωση $f(x)=y$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς χ.

31. Αν η f είναι συνεχής στο [α,β] τότε η f παίρνει στο [α,β] μία μέγιστη τιμή M και μία ελάχιστη τιμή m.

32. Το πεδίο ορισμού της gof αποτελείται από όλα τα στοιχεία x του πεδίου ορισμού της f , για τα οποία το f(x) ανήκει στο πεδίο ορισμού της g.

33. Αν f,g είναι δύο συναρτήσεις με πεδία ορισμού A,B αντίστοιχα, τότε η gof ορίζεται αν $f(A)\cap B\neq\varnothing$

34. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_o ,τότε η σύνθεση του gof είναι συνεχής στο x_o

35. Αν α>1 τότε $\lim\limits_{x\to-\infty} a^x = 0$

36. Αν 0<α<1 , τότε $\lim\limits_{x\to-\infty} \alpha^x = +\infty$

37. Η εικόνα f(Δ) ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς συνάρτησης f είναι διάστημα.

38. Η εικόνα f(Δ) ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης f είναι διάστημα.

39. Αν $\lim\limits_{x\to x_o} f(x) = -\infty$, τότε f(x)>0 κοντά στο x_o .

40. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα και συνεχής σε ένα ανοικτό διάστημα (α,β), τότε το σύνολο τιμών της στο διάστημα αυτό είναι το διάστημα (Α,Β) όπου Α= $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ και Β= $\lim\limits_{x\to \beta^-} f(x)$

41. Αν μια συνάρτηση f:Α→ R είναι 1−1, τότε για την αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} ισχύει: $f^{-1}(f(x)) = x, x\in A$ και $f(f^{-1}(y)) = y, y\in f(A)$

42. Μια συνεχής συνάρτηση f διατηρεί πρόσημο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της.

43. Υπάρχουν συναρτήσεις που είναι 1–1, αλλά δεν είναι γνησίως μονότονες.

44. Έστω μια συνάρτηση ορισμένη σ’ ένα σύνολο της μορφής $(\alpha,x_0)\cup(x_0,\beta)$ και λ ένας πραγματικός αριθμός. Τότε ισχύει η ισοδυναμία:

$$\lim_{x\to x_0}\left(f(x)\right) = l \Leftrightarrow \lim_{x\to x_0}\left(f(x)-l\right) = 0$$

45. Κάθε κατακόρυφη ευθεία έχει το πολύ ‘ένα κοινό σημείο με τη γραφική παράσταση μίας συνάρτησης f.

46. Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με κοινό πεδίο ορισμού το σύνολο Α. Τότε πάντα ισχύει: $\lim\limits_{x\to x_0}\left(f(x)\cdot g(x)\right) = \lim\limits_{x\to x_0} f(x)\cdot \lim\limits_{x\to x_0} g(x)$

47. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sigma\upsilon\nu x-1}{x}=1$

48. Η συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν κάθε οριζόντια ευθεία τέμνει τη γραφική παράσταση της f το πολύ σε ένα σημείο.

49. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$ και f(x) < 0 κοντά στο x_0 τότε $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{1}{f(x)}=+\infty$

50. Κάθε συνάρτηση που είναι 1-1 είναι γνησίως μονότονη.

51. Ισχύει: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\eta\mu x}{x}=0$.

52. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα και συνεχής σε ένα ανοικτό διάστημα (α,β), τότε το σύνολο τιμών της στο διάστημα αυτό είναι το διάστημα (Α,Β), όπου Α lim $A=\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ και $B=\lim\limits_{x\to \beta^-} f(x)$

53. Αν lim f (x) $\prec$ 0, τότε f(x)<0 κοντά στο x_0

54. Αν ορίζονται οι συναρτήσεις fog και gof, τότε πάντοτε ισχύει fog = gof

55. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty$ ή $-\infty$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{1}{f(x)}=0$.

56. Αν α > 1, τότε $\lim\limits_{x\to\infty}\alpha^x=+\infty$

57. Αν η συνάρτηση f : A ⟶ℝ είναι 1–1, τότε ισχύει $f^{-1}(f(x)) = x$, x∈A

58. Μια συνάρτηση f:A→ ℝ λέγεται συνάρτηση 1-1, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή: αν $x_1 \neq x_2$, τότε $f(x_1) \neq f(x_2)$

59. Ισχύει ότι: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\eta\mu x}{x}=1$

60. Οι γραφικές παραστάσεις C και C΄ των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία y=x που διχοτομεί τις γωνίες xOy και x΄Oy΄.

61. Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A θα λέμε ότι παρουσιάζει στο x_0∈A (ολικό) μέγιστο το $f(x_0)$, όταν $f(x) > f(x_0)$ για κάθε x∈A

62. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη σε ένα διάστημα Δ, τότε είναι και 1-1 στο διάστημα αυτό.

63. Μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, αν υπάρχουν $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$, ώστε $f(x_1) < f(x_2)$

64. Αν $\lim\limits_{x \to x_o} f(x) = 0$ και f(x)>0 κοντά στο x τότε $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$

65. Αν f, g, h είναι τρεις συναρτήσεις και ορίζεται η ho(gof), τότε ορίζεται και η (hog)of και ισχύει ho(gof) = (hog)of

66. Ισχύει $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\text{συν}x}{x} = 0$

67. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\text{συν}x - 1}{x} = 1$

68. Αν 0<α<1, τότε $\lim\limits_{x \to -\infty} \alpha^x = 0$

69. Μία συνάρτηση f είναι 1-1,αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της η εξίσωση f(x)=y έχει ακριβώς μία λύση ως προς x.

70. Αν είναι $\lim\limits_{x \to x_o} f(x) = +\infty$ τότε f(x)<0 κοντά στο x_o .

71. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης -f είναι συμμετρική, ως προς τον άξονα x΄x, της γραφικής παράστασης της f.

72. Αν είναι 0<α<1 τότε $\lim\limits_{x \to +\infty} \alpha^x = +\infty$

73. Αν είναι $\lim\limits_{x \to x_o} f(x) = -\infty$,τότε $\lim\limits_{x \to x_o} |f(x)| = +\infty$

74. Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) < 0$, τότε f(x) < 0 κοντά στο x_0

75. Ισχύει ότι: $|\text{ημ}x| \le |x|$ για κάθε $x \in \text{IR}$

76. Ισχύει ότι: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\text{συν}x - 1}{x} = 1$

77. Μια συνεχής συνάρτηση f διατηρεί πρόσημο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της.

78. Αν μια συνάρτηση f είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, τότε υπάρχουν σημεία της γραφικής παράστασης της f με την ίδια τεταγμένη.

79. Αν $\lim\limits_{x\to x_o} f(x) = -\infty$, τότε $\lim\limits_{x\to x_o}\left(-f(x)\right) = +\infty$

80. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δεν μηδενίζεται σε αυτό, τότε η f διατηρεί πρόσημο στο διάστημα Δ.

81. Οι γραφικές παραστάσεις C και C΄ των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία y = x.

82. Αν 0<α<1 τότε $\lim\limits_{x\to\infty} \alpha^x = +\infty$

83. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = +\infty$ ή $-\infty$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{1}{f(x)} = 0$

84. Έστω μία συνάρτηση f που είναι ορισμένη σε ένα σύνολο της μορφής $(\alpha, x_0)\cup(x_0,\beta)$, ισχύει η ισοδυναμία $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = -\infty \Leftrightarrow \left(\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0+} f(x) = -\infty\right)$

85. Αν είναι 0<α<1, τότε $\lim\limits_{x\to-\infty} a^x = 0$

86. Ισχύει: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\eta\mu x}{x} = 0$

87. Αν για δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται οι συναρτήσεις fog και gof, τότε ισχύει πάντοτε ότι $fog = gof$.

88. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0, τότε $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{1}{f(x)} = +\infty$

89. Αν οι συναρτήσεις f,g έχουν όριο στο x_o και ισχύει $f(x) \le g(x)$ κοντά στο x_o, τότε $\lim\limits_{x\to x_o} f(x) \le \lim\limits_{x\to x_o} g(x)$.

90. Αν $\lim\limits_{x\to x_o} f(x) = -\infty$, τότε f(x)>0 κοντά στο x_o.

91. Αν $\lim\limits_{x \to x_o} f(x) = 0$ και f(x)>0 κοντά στο x_o τότε $\lim\limits_{x \to x_o} \frac{1}{f(x)} = -\infty$.

92. Αν f,g είναι δύο συναρτήσεις και ορίζονται fog και gof τότε ισχύει πάντοτε fog=gof.

93. Αν οι συναρτήσεις f,g έχουν όριο στο x_o και ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_o τότε $\lim\limits_{x \to x_o} f(x) \leq \lim\limits_{x \to x_o} g(x)$

94. Αν μια συνάρτηση είναι γνησίως μονότονη σε ένα διάστημα Δ, τότε είναι και 1-1 στο διάστημα αυτό.

ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

Β.1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Αν η f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_o,τότε η f' είναι πάντοτε συνεχής στο x_o
2. Αν η f δεν είναι συνεχής στο x_o , τότε η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_o.
3. Αν η f έχει δεύτερη παράγωγο στο x_o , τότε η f' είναι συνεχής στο x_o
4. Η συνάρτηση $f(x) = e^{1-x}$ είναι γνησίως αύξουσα στο σύνολο των πραγματικών αριθμών.
5. Η συνάρτηση f με $f'(x) = -2\eta\mu x + \frac{1}{\eta\mu^2 x} + 3$, όπου $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα αυτό.
6. Αν $f'(x) = g'(x) + 3$ για κάθε $x \in \Delta$ τότε η συνάρτηση $h(x) = f(x) - g(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ.

7. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και δεν είναι αντιστρέψιμη , τότε υπάρχει κλειστό διάστημα [α,β], στο οποίο η f ικανοποιεί τις προυποθέσεις του θεωρήματος Rolle.
8. Έστω συνάρτηση f ορισμένη και παραγωγίσιμη στο διάστημα [α,β] και σημείο $x_o \in [\alpha,\beta]$ στο οποίο η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο. Τότε πάντα ισχύει ότι $f'(x_o)=0$
9. Έστω μία συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δύο φορές παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ. Αν $f''(x)>0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε η f είναι κυρτή στο Δ.
10. Αν μια συνάρτηση f είναι κυρτή σε ένα διάστημα Δ,τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ βρίσκεται «πάνω» από τη γραφική της παράσταση.
11. Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ και x_0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ. Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και $f'(x_0)=0$, τότε η f παρουσιάζει υποχρεωτικά τοπικό ακρότατο στο x_0.
12. Έστω μία συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα (α, β), με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0, στο οποίο όμως η f είναι συνεχής. Αν $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β), τότε το $f(x_0)$ είναι τοπικό ελάχιστο της f
13. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0, τότε η συνάρτηση $f \circ g$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει: $(f \circ g)'(x_0) = f'(x_0)\, g'(x_0)$.
14. Έστω μια συνάρτηση f, η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ. Αν $f'(x)>0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα σε όλο το Δ.
15. Για κάθε παραγωγίσιμη συνάρτηση f σε ένα διάστημα Δ, η οποία είναι γνησίως αύξουσα, ισχύει $f'(x)>0$ για κάθε $x\in\Delta$.
16. Αν μία συνάρτηση f είναι συνεχής σ’ ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε είναι και παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό.

17. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο x_o του πεδίου ορισμού της,
τότε είναι και συνεχής στο σημείο αυτό.

18. Έστω μια συνάρτηση f συνεχής σ' ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ. Θα λέμε ότι: Η συνάρτηση f στρέφει τα κοίλα προς τα άνω ή είναι κυρτή στο Δ, αν η f΄ είναι γνησίως φθίνουσα στο εσωτερικό του Δ.

19. Τα εσωτερικά σημεία του διαστήματος Δ, στα οποία η f δεν παραγωγίζεται ή η παράγωγός της είναι ίση με το 0, λέγονται κρίσιμα σημεία της f στο διάστημα Δ.

20. Έστω μια συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα (α,β) με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_o. Αν η f είναι κυρτή στο $(α,x_o)$ και κοίλη στο $(x_o,β)$ ή αντιστρόφως, τότε το σημείο Α $(x_o, f(x_o))$ είναι υποχρεωτικά σημείο καμπής της γραφικής παράστασης της f.

21. Ισχύει $(ημx)' = -συνχ$

22. Ισχύει ο τύπος $\left(3^{\chi}\right)' = \chi.3^{\chi-1}$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

23. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 και $g\left(x_0\right) \neq 0$, τότε η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f(x_0)g'(x_0) - f'(x)g(x_0)}{\left[g(x_0)\right]^2}$$

24. Για κάθε $x \neq 0$ ισχύει $\left[\ln|\chi|\right]' = \frac{1}{\chi}$.

25. Αν $f(x) = \ln|x|$ για κάθε $x \neq 0$, τότε $f'(x) = \frac{1}{|x|}$ για κάθε $x \neq 0$

26. Έστω η συνάρτηση $f(x) = εφχ$.Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο

$R_1 = R - \{X \;|συνχ = 0\}$

27. Έστω f συνάρτηση συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη σε κάθε εσωτερικό σημείο χ του Δ .Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ τότε $f'(x)>0$ σε κάθε σημείο χ του Δ .

28. Έστω δύο συναρτήσεις f, g ορισμένες σε ένα διάστημα Δ. Αν οι f, g είναι συνεχείς στο Δ και f΄(x) = g΄(x) για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε ισχύει f(x) = g(x) για κάθε $x \in \Delta$.

29. Ισχύει: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\text{συνχ-1}}{\chi}=1$

30. Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f:[\alpha,\beta]\to\mathbb{R}$, η οποία είναι παραγωγίσιμη στο (α,β) , αν f(α)=f(β) , τότε υπάρχει ακριβώς ένα $\xi\in(\alpha,\beta)$ τέτοιο ώστε $f'(\xi)=0$

31. Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σ' ένα εσωτερικό σημείο χ_0 ενός διαστήματος του πεδίου ορισμού της, τότε η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο χ_0.

32. .Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο χ_0 και g(xo) ≠ 0, τότε και η συνάρτηση $\dfrac{f}{g}$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0)=\frac{f'(x_0)g(x_0)-f(x_0)g'(x_o)}{\left[g(x_o)\right]^2}$$

33. Αν μια συνάρτηση f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο R και στρέφει τα κοίλα προς τα άνω, τότε κατ' ανάγκη θα ισχύει f΄΄(x) > 0 για κάθε πραγματικό αριθμό x.

34. Αν μια συνάρτηση f είναι κοίλη σ' ένα διάστημα Δ, τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ βρίσκεται κάτω από τη γραφική της παράσταση, με εξαίρεση το σημείο επαφής τους.

35. Έστω μια συνάρτηση f που είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ. Αν f′(x) < 0 σε κάθε εσωτερικό σημείο του Δ, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το Δ.

36. Αν μια συνάρτηση f είναι κυρτή σ' ένα διάστημα Δ, τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f, σε κάθε σημείο του Δ βρίσκεται κάτω από τη γραφική παράσταση της f με εξαίρεση το σημείο επαφής τους.

37. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ μπορεί να τέμνει μία ασύμπτωτη.

38. Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α λέμε ότι παρουσιάζει (ολικό) ελάχιστο στο $x_0 \in A$, όταν $f(x)\geq f(x_0)$ για κάθε $x\in A$

39. Κάθε συνάρτηση f συνεχής σε ένα σημείο του πεδίου ορισμού της είναι και παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό.

40. Αν μία συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο x_0, τότε η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0.

41. Έστω η συνάρτηση f(x) = εφx. Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο

$\mathbb{R}_{1=}\mathbb{R}-\{x|\sigma\upsilon\nu\chi=0\ \}$ και ισχύει $f'(x)=-\dfrac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$

42. Η συνάρτηση $f(x)=\ln x \quad x\in\mathbb{R}^*$, είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}^*$ και ισχύει

$(\ln|x|)'=\dfrac{1}{x}$

43. Έστω συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ. Αν η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ, τότε η παράγωγός της δεν είναι υποχρεωτικά θετική στο εσωτερικό του Δ.

44. $(\sigma\upsilon\nu x)'=\eta\mu x,\ x\in\mathbb{R}$

45. Αν $f(x) = \alpha^x$, $\alpha > 0$, τότε ισχύει $(\alpha^x)' = x\alpha^{x-1}$

46. Για κάθε $x\in\mathbb{R}=\mathbb{R}-\{x|\sigma\upsilon\nu x=0\}$ ισχύει: $(\varepsilon\varphi\chi)'=-\dfrac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\chi}$

47. Κάθε συνάρτηση f που είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της είναι και παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό.

48. $(\sigma\varphi x)'=\dfrac{1}{\eta\mu^2 x},\ x\in\mathbb{R}-\{x/\eta\mu x=0\}$

49. Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0, τότε δεν μπορεί να είναι παραγωγίσιμη στο x_0

50. Ισχύει $(\text{εφ}x)' = \dfrac{1}{\text{συν}^2 x}$, $x \in \mathbb{R}$ - {x/συνx≠0}

51. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι $(\sigma\upsilon\nu x)' = \eta\mu x$

52. Αν οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 και $g(x_0) \neq 0$, τότε και η συνάρτηση f/g είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_o) = \frac{f'(x_o)g(x_o) - f(x_o)g'(x_o)}{\left[g(x_o)\right]^2}$$

53. Για δύο οποιεσδήποτε συναρτήσεις f, g παραγωγίσιμες στο x_0 ισχύει:
$(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)$

54. Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σ' ένα σημείο x_0 τότε η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0

55. Αν μια συνάρτηση f παρουσιάζει (ολικό) μέγιστο , τότε αυτό θα είναι το μεγαλύτερο από τα τοπικά της μέγιστα.

56. Έστω μια συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη σε κάθε εσωτερικό σημείο του Δ. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ,τότε η παράγωγος της είναι υποχρεωτικά αρνητική στο εσωτερικό του Δ.

57. Για κάθε συνάρτηση $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ που είναι παραγωγίσιμη και δεν παρουσιάζει ακρότατα, ισχύει $f'(x) \neq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

58. Έστω μια συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δυο φορές παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ. Αν η f είναι κυρτή στο Δ , τότε υποχρεωτικά $f''(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ.

59. Ισχύει: $(\sigma\upsilon\nu x)' = \eta\mu x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$

60. Υπάρχει πολυωνυμική συνάρτηση βαθμού μεγαλύτερου ή ίσου του 2,της οποίας η γραφική παράσταση έχει ασύμπτωτη.

61. Υπάρχει πολυωνυμική συνάρτηση βαθμού $\nu \geq 2$,η οποία έχει ασύμπτωτη.

62. Κάθε συνάρτηση f, για την οποία ισχύει $f'(x)=0$ για κάθε $x \in (\alpha, x_o) \cup (x_o, \beta)$ είναι σταθερή στο $(\alpha, x_o) \cup (x_o, \beta)$

63. Ένα τοπικό μέγιστό μιας συνάρτησης f μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο της f .

64. Για κάθε συνάρτηση f που είναι γνησίως αύξουσα και παραγωγίσιμη στο διάστημα Δ ισχύει $f'(x)>0$ για κάθε $x \in \Delta$

65. Για κάθε $x \in \mathbb{R}_2 = \mathbb{R} - \{x / \eta\mu x = 0\}$ ισχύει $(\sigma\varphi x)' = -\frac{1}{\eta\mu^2 x}$

ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

Β.1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, τότε $\int f(x)dx = xf(x) - \int xf'(x)dx$.
2. Αν $\int_\alpha^\beta f(x)dx \geq 0$,τότε κατ' ανάγκη θα είναι $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$
3. .Για κάθε συνάρτηση f, παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ, ισχύει $\int f'(x)dx = f(x) + c$, $c \in \mathbb{R}$.
4. Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με συνεχή πρώτη παράγωγο, τότε ισχύει: $\int f(x) \cdot g'(x)\, dx = f(x)\, g(x) - \int f'(x)\, g(x)\, dx$.
5. Έστω f μια συνεχής συνάρτηση σ' ένα διάστημα [α,β]. Αν G είναι μια παράγουσα της f στο [α,β], τότε $\int_a^\beta f(t)dt = G(\beta) - G(\alpha)$.

6. Ισχύει ο τύπος $\int \eta\mu x dx = \sigma\upsilon\nu x + c$

7. Αν η f είναι μια συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα Δ και α είναι ένα σημείο του Δ, τότε ισχύει $\left(\int_a^x f(t)dt\right)' = f(x) - f(a)$ για κάθε x $\in$ Δ.

8. Αν η συνάρτηση f έχει παράγουσα σε ένα διάστημα Δ και $\lambda \in \mathbb{R}^*$ τότε ισχύει: $\int \lambda f(x)dx = \lambda \int f(x)dx$

9. Ισχύει $\int e^x dx = e^{2x} + c, c \in \mathbb{R}$

10. Ισχύει η σχέση $\int_\alpha^\beta f(x)g'(x)dx = \left[f(x)g(x)\right]_\alpha^\beta - \int_\alpha^\beta f'(x)g(x)dx$, όπου f΄,g΄ είναι συνεχείς συναρτήσεις στο [α,β].

11. Έστω f μία συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα $[a,\beta]$.Αν G είναι μία παράγουσα της f στο $[a,\beta]$, τότε $\int_\alpha^\beta f(t)dt = G(a) - G(\beta)$

12. $\int \sigma\upsilon\nu\chi dx = \eta\mu\chi + c$

13. Αν για μία συνάρτηση f , συνεχής στο διάστημα $[\alpha,\beta]$ ισχύει f(x) ≥ 0 για κάθε $\chi \in [\alpha,\beta]$,τότε $\int_\alpha^\beta f(x)dx \geq 0$

14. Αν f συνάρτηση συνεχής στο διάστημα $[a,\beta]$ και για κάθε $x \in [a,\beta]$ ισχύει $f(x) \geq 0$ τότε $\int_\beta^a f(x)dx > 0$

15. Αν f είναι μια συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα Δ και είναι ένα σημείο του Δ τότε $\left(\int_a^{g(x)} f(t)dt\right)' = f(g(x)) \cdot g'(x)$ με την προυπόθεση ότι τα χρησιμοποιούμενα σύμβολα έχουν νόημα .

16. Αν f, g, g΄ είναι συνεχείς συναρτήσεις στο διάστημα [α,β], τότε $\int_a^\beta f(x)g'(x)dx = \int_\alpha^\beta f(x)dx \cdot \int_\alpha^\beta g'(x)dx$

17. Αν f είναι μία συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα Δ και α είναι ένα σημείο του Δ, τότε $\left(\int_a^x f(t)dt\right)' = f(x)$ για κάθε $x \in \Delta$

18. Το ολοκλήρωμα $\int_a^\beta f(x)dx$ είναι ίσο με το άθροισματων εμβαδών των χωρίων που βρίσκονται πάνω από τον άξονα x΄x μείον το άθροισμα των εμβαδών των χωρίων που βρίσκονται κάτω από τον άξονα x΄x.

19. Αν η f είναι συνεχής σε διάστημα Δ και α,β,γ∈Δ τότε ισχύει
$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x)dx + \int_{\gamma}^{\beta} f(x)dx$$

20. Αν είναι $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx > 0$, τότε f(x) > 0 για κάθε x ∈ [α, β].

21. Αν μία συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα [α, β] και ισχύει f(x)<0 για κάθε x ∈ [α,β], τότε το εμβαδόν του χωρίου Ω που ορίζεται από τη γραφική παράσταση της f, τις ευθείες x=α, x=β και τον άξονα x’x είνα $E(\Omega) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$

22. Για κάθε συνάρτηση f, παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ, ισχύει
$\int f'(x)dx = f(x) + c, x \in \Delta$ όπου c είναι μια πραγματική σταθερά.

23. Ισχύει: $\int x^{\alpha}dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c$, όπου α, c είναι πραγματικοί αριθμοί και α≠-1.

24. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο κλειστό διάστημα [α,β] και ισχύει f(x) ≥ 0 για κάθε x∈ [α,β], τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx \geq 0$

25. Αν οι συναρτήσεις f΄, g΄ είναι συνεχείς σε ένα διάστημα Δ, τότε ισχύει
$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) + \int f'(x)g(x)dx, x \in \Delta$$

26. $\int \eta\mu x dx = \sigma\upsilon\nu x + c$, c∈ℝ

27. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο [α, β] και f(x)≥0 για κάθε x∈[α, β], τότε
$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx \geq 0$$

28. Αν η f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και α, β, γ ∈Δ, τότε ισχύει
$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x)dx + \int_{\gamma}^{\beta} f(x)dx$$

29. $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)g'(x)dx = \left[f(x)g(x)\right]_{\alpha}^{\beta} + \int_{\alpha}^{\beta} f'(x)g(x)dx$ όπου f', g' είναι συνεχείς συναρτήσεις στο [α,β].

30. Έστω f μια συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα [α, β]. Αν G είναι μια παράγουσα της f στο [α, β], τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(t)dt = G(\alpha) - G(\beta)$

31. Αν f:[α,β] → ℝ είναι συνεχής συνάρτηση για την οποία ισχύει f(x)≥0 για κάθε x∈[α,β], τότε: $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx \geq 0$

32. $\left(\int_{\alpha}^{g(x)} f(t)dt\right)' = f(g(x))g'(x)$ με την προϋπόθεση ότι τα χρησιμοποιούμενα σύμβολα έχουν νόημα.

33. Έστω f μια συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα $[\alpha,\beta]$. Αν G είναι μια παράγουσα της f στο $[\alpha,\beta]$, τότε: $\int_{\alpha}^{\beta} f(t)dt = G(\beta) - G(\alpha)$

34. Έστω f μια συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα $[\alpha,\beta]$. Αν ισχύει ότι $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [\alpha,\beta]$ και η συνάρτηση f δεν είναι παντού μηδέν στο διάστημα αυτό, τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx > 0$

35. Αν f συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα [α,β] και G είναι μια παράγουσα της f στο [α,β], τότε πάντοτε ισχύει : $\int_{\alpha}^{\beta} f(t)dt = G(\alpha) - G(\beta)$

36. Έστω f μια συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα [α,β].Αν $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [\alpha,\beta]$ και η f δεν είναι παντού μηδέν στο διάστημα αυτό , τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx > 0$

37. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και α, β, $\gamma \in \Delta$ τότε ισχύει $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x)dx + \int_{\gamma}^{\beta} f(x)dx$

38. Για κάθε συνάρτηση f, παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα Δ, ισχύει: $\int f(x)dx = -f(x) + c$, $c \in \mathbb{R}$.

39. Για κάθε συνάρτηση f , συνεχή στο [α,β] ισχύει : αν $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx > 0$ τότε $f(x) > 0$ στο [α,β]

40. Αν η f είναι μία συνεχής συνάρτηση στο [α,β] τότε ισχύει $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = -\int_{\beta}^{\alpha} f(x)dx$

41. Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f:[\alpha,\beta]\to\mathbb{R}$ αν G είναι μια παράγουσα της f στο [α,β], τότε το : $\int_{\alpha}^{\beta} f(t)dt = G(\alpha)-G(\beta)$

42. Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f:[\alpha,\beta]\to\mathbb{R}$ αν G είναι μια παράγουσα της f στο [α,β], τότε το : $\int_{\beta}^{\alpha} f(t)dt = G(\alpha)-G(\beta)$

43. Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f:[\alpha,\beta]\to\mathbb{R}$ αν ισχύει $\int_{\beta}^{\alpha} f(x)dx = 0$ τότε $f(x)=0$ για κάθε $x\in[\alpha,\beta]$

ΙΣΧΥΡΙΣΜΟΙ

Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό

1. Κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής στο x_o, είναι και παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό.

2. Για κάθε συνάρτηση f ορισμένη και δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, αν για κάποιο $x_o\in\mathbb{R}$ ισχύει $f''(x_o)=0$, τότε το x_o είναι θέση σημείου καμπής της f .

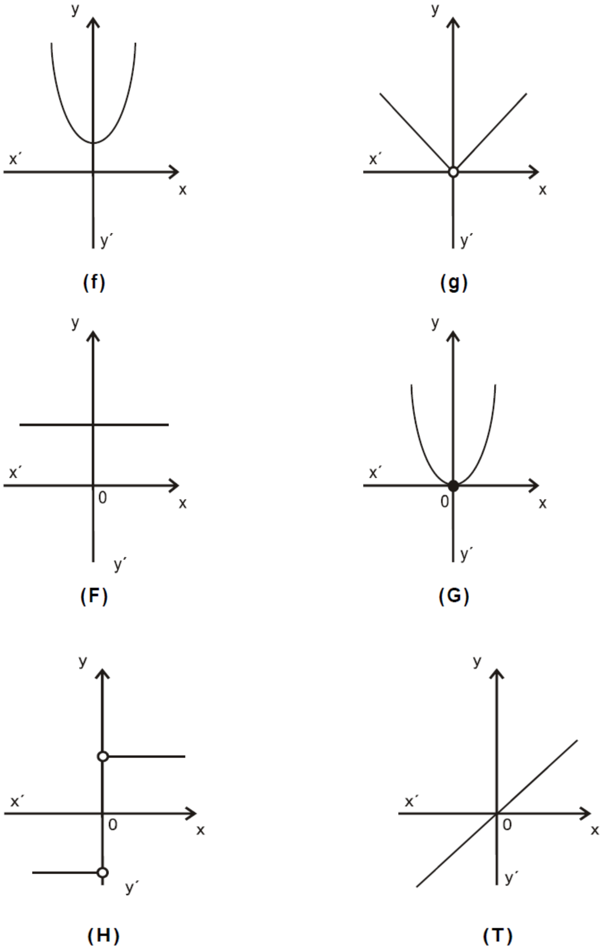
3. Για κάθε ζεύγος πραγματικών συναρτήσεων $f,g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, αν ισχύει $\lim_{x\to0} f(x)=+\infty$ και $\lim_{x\to0} g(x)=-\infty$, τότε $\lim_{x\to0}[f(x)+g(x)]=0$

4. Κάθε συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ που είναι 1-1 είναι και γνησίως μονότονη .

5. Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f:[\alpha,\beta]\to\mathbb{R}$ αν ισχύει $f(\alpha)\cdot f(\beta)>0$ τότε :

i. Η εξίσωση f(x)=0 δεν έχει λύση στο (α,β) .
ii. Η εξίσωση f(x)=0 έχει ακριβώς μία λύση στο (α,β) .
iii. Η εξίσωση f(x)=0 έχει τουλάχιστον δύο λύσεις στο (α,β) .
iv. Δεν μπορούμε να έχουμε συμπέρασμα για το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης f(x)=0 στο (α,β) .

6. Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g, F, G, H, T.



Να γράψετε στο τετράδιο σας ποια από τις συναρτήσεις F, G, H, T μπορεί να είναι η παράγωγος της συνάρτησης f και ποια της g.