

ΑΡΧΗ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ
ΠΤΥΧΙΑΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΚΥΚΛΟΥ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ
ΠΕΜΠΤΗ 15 ΙΟΥΝΙΟΥ 2000
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Δίνονται οι πίνακες

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

α) Να υπολογίσετε τον πίνακα $\Gamma = A - I$

Μονάδες 10

β) Να υπολογίσετε τον πίνακα Γ^2

Μονάδες 10

γ) Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό λ , ώστε να ισχύει $\frac{1}{2}\Gamma + I = \begin{bmatrix} 1-\lambda & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, με

$$f(x) = x^2 - 4x + 4$$

α) Να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης f

Μονάδες 10

β) Να εξετάσετε ως προς τη μονοτονία τη συνάρτηση f

Μονάδες 10

γ) Να βρείτε το σημείο στο οποίο η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο και να υπολογίσετε το ακρότατο αυτό.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Ένας αριθμός μαθητών Τ.Ε.Ε. ρωτήθηκε πόσα λογοτεχνικά βιβλία διάβασε ο καθένας κατά τη διάρκεια του προηγούμενου σχολικού έτους. Οι απαντήσεις που δόθηκαν είναι:

5 μαθητές δεν διάβασαν κανένα βιβλίο (0 βιβλία)
25 μαθητές διάβασαν 1 βιβλίο
15 μαθητές διάβασαν 2 βιβλία
5 μαθητές διάβασαν 3 βιβλία

α) Να γράψετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Αριθμός βιβλίων (x_i)	Συχνότητα (v_i)
Αθροίσματα	

Μονάδες 5

β) Να βρείτε τη μέση τιμή (\bar{X}) των βιβλίων που διάβασε κάθε μαθητής κατά τη διάρκεια του προηγούμενου σχολικού έτους.

Μονάδες 15

γ) Να ξαναγραφεί ο παραπάνω πίνακας συχνοτήτων και να συμπληρωθεί με τη στήλη της αθροιστικής συχνότητας.

Μονάδες 10

δ) Από τους μαθητές που ρωτήθηκαν, να βρείτε πόσοι διάβασαν κατά τη διάρκεια του προηγούμενου σχολικού έτους το πολύ δυο βιβλία και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 10

ΑΡΧΗ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ Τ.Ε.Λ.

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 23 ΙΟΥΝΙΟΥ 2000

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΑΠΟΦΟΙΤΟΥΣ ΟΛΩΝ
ΤΩΝ ΤΟΜΕΩΝ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΖΗΤΗΜΑ 1^ο

A. Δίδονται οι πίνακες $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ και $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Να δείξετε ότι:

- α) $AB = -BA$
β) $(A + B)^2 = A^2 + B^2$

B. Το προσωπικό σε δύο εταιρείες διακρίνεται σε τρεις κατηγορίες: σε έμπειρο, εξειδικευμένο και ανειδίκευτο.

Ο αριθμός των εργαζομένων κατά κατηγορία καθώς και το ημερομίσθιο αυτών σε χιλιάδες δρχ. τα έτη 1999 και 2000 δίδονται ως εξής:

	Έμπειροι	Εξειδικευμένοι	Ανειδίκευτοι
1η Εταιρεία	2	10	2
2η Εταιρεία	3	20	10

	Ημερομίσθιο το 1999	Ημερομίσθιο το 2000
Έμπειροι	20	21
Εξειδικευμένοι	15	16
Ανειδίκευτοι	10	12

- α) Να παραστήσετε με πίνακες τα παραπάνω δεδομένα. Ειδικότερα να ονομάσετε A τον πίνακα με τον αριθμό των εργαζομένων στις δύο εταιρείες κατά κατηγορία και B τον πίνακα με τα ημερομίσθιά τους τα έτη 1999 και 2000. Ποιες είναι οι διαστάσεις αυτών;

β) Να υπολογίσετε τον πίνακα $\Gamma = AB$.

Ποιες πληροφορίες μας δίνει το στοιχείο του πίνακα Γ , που βρίσκεται στην πρώτη γραμμή και πρώτη στήλη;

ΖΗΤΗΜΑ 2ο

- A. Δίδονται τα u , h , Π_{β} και E_{β} που παριστάνουν το ύψος, το παράπλευρο ύψος (απόστημα), την περίμετρο της βάσης και το εμβαδόν της βάσης, αντίστοιχα, μιας κανονικής πυραμίδας.
Να γράψετε τους τύπους, που μας δίνουν το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας (E_{π}), το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ($E_{ολ}$) και τον όγκο (V) της πυραμίδας.
- B. Το δάπεδο μιας δεξαμενής σχήματος ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου έχει διαστάσεις 3m και 4m. Αν το ύψος της δεξαμενής είναι 12m, να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ($E_{ολ}$), τον όγκο (V) και την διαγώνιό της.

ΖΗΤΗΜΑ 3ο

- A. α) Σημειώστε σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων τα σημεία $A(0, 2)$, $B(4, 0)$ και $\Gamma(4, 2)$. Βρείτε την απόσταση μεταξύ των σημείων A και Γ .
β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας, η οποία διέρχεται από τα σημεία A και B .
- B. Να βρείτε :
- α) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f με τύπο
- $$f(x) = \frac{x - 2}{x^2 + 4x - 12}$$
- β) Το $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

ΖΗΤΗΜΑ 4^ο

A. Έστω η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{1}{x}$, $x \neq 0$

Να βρείτε:

- α) Την παράγωγο της f στη θέση $x_0 = 2$
- β) Την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f , στο σημείο της με τετμημένη $x_0 = 2$

B. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = x^3 - 3x - 1$, $x \in [-3, 1)$.

- α) Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.
- β) Να προσδιορίσετε τα ακρότατα της f .