

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
(ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΕΜΠΤΗ 27 ΜΑΪΟΥ 2010
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΗΜΕΡΗΣΙΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α.

A1. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η μέση τιμή δεν επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές της μεταβλητής.

β) Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και είναι $\ell \in \mathbb{R}$, τότε

$$\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |\ell|.$$

γ) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0 .

δ) Ισχύει ότι: $\int_a^a f(x) dx = a$, για κάθε $a \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 12

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

A3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α) $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \dots\dots\dots$, με $g(x) \neq 0$

β) $(\sqrt{x})' = \dots\dots\dots$, με $x > 0$

γ) $(e^x)' = \dots\dots\dots$

δ) $(\sin x)' = \dots\dots\dots$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Β.

Οι ημέρες απουσίας 50 υπαλλήλων μιας εταιρείας από την εργασία τους, τον περασμένο μήνα, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Ημέρες απουσίας x_i	Υπάλληλοι n_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική Συχνότητα	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα %	$x_i n_i$
0	8				
1	10				
2					
3	10				
4	5				
5	2				
Αθροίσματα					

B1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 10

B2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή της μεταβλητής x .

Μονάδες 5

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

B3. Να υπολογίσετε τη διάμεσο της μεταβλητής x .

Μονάδες 5

B4. Να βρείτε το πλήθος και το ποσοστό των υπαλλήλων που απουσίασαν από 2 έως και 4 ημέρες.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ.

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1} & , \quad x < 1, \quad x \neq -1 \\ \sqrt{x+3} + \alpha & , \quad x \geq 1, \quad \text{όπου } \alpha \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

Γ1. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

Μονάδες 7

Γ2. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

Μονάδες 7

Γ3. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό α , ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0=1$.

Μονάδες 5

Γ4. Για $\alpha = -3$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 3f(0) + 2f(6)$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \alpha x + \beta$, με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο σημείο $x_0=2$ και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(0,1)$, τότε:

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Δ1. Να βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών α και β .

Μονάδες 8

Δ2. Για $\alpha=6$ και $\beta=1$, να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 6

Δ3. Για $\alpha=6$ και $\beta=1$, να βρείτε τις θέσεις, το είδος και τις τιμές των τοπικών ακροτάτων της συνάρτησης f .

Μονάδες 6

Δ4. Για $\alpha=6$ και $\beta=1$, να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_1^2 f(x)dx$.

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Να μη χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
(ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΕΜΠΤΗ 27 ΜΑΪΟΥ 2010
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΕΣΠΕΡΙΝΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α.

A1. Τι ονομάζεται διάμεσος δ , ενός δείγματος n παρατηρήσεων, που έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά;

Μονάδες 4

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) $CV = \frac{\text{μέση τιμή}}{\text{τυπική απόκλιση}} = \frac{\bar{x}}{s} 100\%$

β) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$, όπου $\ell \in \mathbb{R}$ αν και μόνο αν:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \ell$$

γ) Αν οι συναρτήσεις $f, g: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους A , τότε ισχύει:

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

δ) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, τότε ισχύει:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = - \int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx$$

Μονάδες 12

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

A3. Να αντιστοιχίσετε, γράφοντας στο τετράδιό σας, κάθε συνάρτηση του πίνακα Α με την παράγωγό της στον πίνακα Β.

Πίνακας Α		Πίνακας Β	
Συνάρτηση f		Παράγωγος f'	
α.	c	1.	$-\frac{1}{x}$
		2.	0
β.	ημx	3.	-ημx
		4.	συνx
γ.	lnx, x>0	5.	$\frac{1}{x}$
		6.	1

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β.

Δίνεται ο πίνακας κατανομής συχνοτήτων:

x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i	Αθροιστική Συχνότητα
0	5		
1	2α		
2	15		
3	20		
Αθροίσματα	50		

B1. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό α.

Μονάδες 5

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

B2. Να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε για $\alpha=5$.

Μονάδες 9

B3. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, για $\alpha=5$.

Μονάδες 6

B4. Να βρείτε τη διάμεσο, για $\alpha=5$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ.

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \alpha x - 4 & , \quad x \leq 3 \\ \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x} & , \quad x > 3 \end{cases}$$

Γ1. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

Μονάδες 5

Γ2. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

Μονάδες 12

Γ3. Να βρείτε για ποια τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$ η f είναι συνεχής στο $x_0 = 3$.

Μονάδες 8

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ Α.

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = ax^2 + 2x - 3$, $x \in \mathbb{R}$.

Α1. Αν $f'(2) = -2$, να προσδιορίσετε τον πραγματικό αριθμό a .

Μονάδες 5

Α2. Για $a = -1$, να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 10

Α3. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_0^2 (-x^2 + 2x - 3)dx$.

Μονάδες 10

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε **μόνον** τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Να μη χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β' ΚΥΚΛΟΥ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΡΙΤΗ 4 ΜΑΪΟΥ 2010

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ Α

Οι ηλικίες έξι παιδιών από μια γειτονιά είναι:

$$2, 6, 6+x, 11, 11, 12+x$$

όπου $x \in \mathbb{R}$.

A1. Αν η μέση τιμή των ηλικιών των παιδιών είναι 9, να αποδείξετε ότι $x=3$.

Μονάδες 5

Για $x=3$,

A2. να βρείτε τη διάμεσο των ηλικιών,

Μονάδες 4

A3. να υπολογίσετε το εύρος των ηλικιών και την επικρατούσα τιμή τους,

Μονάδες 4

A4. να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση των ηλικιών και

Μονάδες 8

A5. να εξετάσετε αν το δείγμα των ηλικιών είναι ομοιογενές.

Μονάδες 4

(Δίνεται $\sqrt{17} \approx 4,12$).

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \ln x + 3x - \lambda, & 0 < x < 1 \\ \mu^2 + 1, & x = 1 \\ \frac{x - x^2}{1 - \sqrt{x}}, & x > 1 \end{cases}$$

όπου $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$.

B1. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

Μονάδες 5

B2. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

Μονάδες 10

B3. Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε να υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

Μονάδες 4

B4. Για $\lambda=1$ να βρεθεί για ποιες τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ η f είναι συνεχής στο $x_0=1$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = e^x (x^2 - 3)$, $x \in \mathbb{R}$

Γ1. Να βρεθεί η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης f .

Μονάδες 5

Γ2. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 10

Γ3. Για ποιες τιμές του x η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικά ακρότατα; Να προσδιορίσετε το είδος τους και να υπολογίσετε τις τιμές τους.

Μονάδες 10

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση f με $f'(x) = x^2 - 3x + \lambda$, όπου $x \in \mathbb{R}$ και $\lambda \in \mathbb{R}$.

Δ1. Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x_0 = 1$, να προσδιοριστεί ο πραγματικός αριθμός λ .

Μονάδες 10

Για $\lambda = 2$,

Δ2. να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς την μονοτονία και το είδος των ακροτάτων,

Μονάδες 7

Δ3. να συγκριθούν μεταξύ τους οι τιμές της συνάρτησης για $x_1 = \frac{6}{5}$ και $x_2 = \frac{3}{2}$, καθώς επίσης και οι τιμές της συνάρτησης για $x_3 = 4$ και $x_4 = 6$.

Μονάδες 8

ΟΛΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΥΠΟΨΗΦΙΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τις ερωτήσεις να μην τις αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.
3. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
4. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα. Να μη χρησιμοποιηθεί το μιλιμετρέ φύλλο του τετραδίου.
5. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό διαρκείας ανεξίτηλης μελάνης.**
6. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων και όχι πριν τις **18:00**.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β' ΚΥΚΛΟΥ

ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΡΙΤΗ 4 ΜΑΪΟΥ 2010

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ Α

Οι βαθμοί έξι φοιτητών σε ένα μάθημα είναι:

5, 3, 7, 2, 5, 8

Για τα δεδομένα αυτά να υπολογίσετε:

A1. Το εύρος

Μονάδες 3

A2. Τη μέση τιμή

Μονάδες 5

A3. Τη διάμεσο

Μονάδες 5

A4. Την επικρατούσα τιμή

Μονάδες 5

A5. Τη διακύμανση S^2

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{2 - x} \quad \text{με } x \neq 2$$

και

$$g(x) = 6 - \sqrt{x + 2} \quad \text{με } x \geq -2$$

Να υπολογίσετε:

B1. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

Μονάδες 7

B2. $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$

Μονάδες 5

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Εάν $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -4$ και $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 4$, να αποδείξετε ότι

B3. $\lim_{x \rightarrow 2} (g(x) + 8x) = 20$ και

Μονάδες 6

B4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} g(x)$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 8, & x \leq 4 \\ \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2}, & x > 4 \end{cases}$$

Γ1. Να υπολογίσετε τις τιμές $f(0)$, $f(4)$ και $f(16)$

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$

Μονάδες 3

Γ3. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$

Μονάδες 5

Γ4. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $x_1 = 4$

Μονάδες 6

Γ5. Να αποδείξετε ότι ο ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης f στο $x_2 = 0$, ισούται με 3.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x + \alpha + \frac{1}{3}, \text{ με } \alpha \in \mathbb{R}$$

Δ1. Να βρείτε την πρώτη και τη δεύτερη παράγωγο της f

Μονάδες 4

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Δ2. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) + f''(x)}{x + 1}$

Μονάδες 4

Δ3. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να προσδιορίσετε τις τιμές του x , για τις οποίες η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικά ακρότατα.

Μονάδες 10

Δ4. Εάν το τοπικό μέγιστο της f είναι τριπλάσιο από το τοπικό της ελάχιστο, να βρείτε τον αριθμό α .

Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε τα θέματα** στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα. Να μη χρησιμοποιηθεί το μιλιμετρέ φύλλο του τετραδίου.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό διαρκείας ανεξίτηλης μελάνης.**
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων και όχι πριν τις **18.00**.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙΔΕΣ