

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ' ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΠΕΜΠΤΗ 19 ΜΑΪΟΥ 2016  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης  $f(x)=x$  είναι  $f'(x)=(x)'=1$  για κάθε  $x$  στο σύνολο  $\mathbb{R}$  των πραγματικών αριθμών.

**Μονάδες 10**

**A2.** Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου ( $\delta$ ) ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων, όταν το  $n$  είναι περιττός αριθμός.

**Μονάδες 5**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α)  $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$

(Μον. 2)

β)  $(\sqrt{3})' = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

(Μον. 2)

γ) Σε μία κανονική ή περίπου κανονική κατανομή στο διάστημα  $(\bar{x}-s, \bar{x}+s)$  βρίσκεται το 68% περίπου των παρατηρήσεων.

(Μον. 2)

δ) Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell_1$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \ell_2$  όπου  $\ell_1, \ell_2$

πραγματικοί αριθμοί τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) g(x)) = \ell_1 \ell_2 .$$

(Μον. 2)

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ' ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

- ε) Μια συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία  $x_1, x_2 \in \Delta$  με  $x_1 < x_2$  ισχύει  $f(x_1) < f(x_2)$ .

(Μον. 2)  
**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ο αριθμός των πιστωτικών καρτών που έχουν 20 υπάλληλοι μιας επιχείρησης.

Αριθμός πιστωτικών καρτών $x_i$	Αριθμός υπαλλήλων $v_i$	Αθροιστική Συχνότητα $N_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	$x_i v_i$
0	5			
1		9		
2			10	
3				
4				
<b>ΣΥΝΟΛΑ</b>				

- B1.** Αν γνωρίζετε ότι η 5<sup>η</sup> συχνότητα ( $v_5$ ) ισούται με την 1<sup>η</sup> συχνότητα ( $v_1$ ), να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 10**

- B2.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  των πιστωτικών καρτών των υπαλλήλων.

**Μονάδες 5**

- B3.** Να υπολογίσετε τον αριθμό των υπαλλήλων που έχουν το πολύ 3 πιστωτικές κάρτες.

**Μονάδες 5**

- B4.** Να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν τουλάχιστον 2 πιστωτικές κάρτες.

**Μονάδες 5**

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ' ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1} + \frac{1}{2}$$

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι  $f'(x) = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της συνάρτησης  $f$  στα σημεία  $x_1 = -1$  και  $x_2 = 1$ .

**Μονάδες 4**

**Γ3.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά της ακρότατα.

**Μονάδες 12**

**Γ4.** Να συγκρίνετε τις τιμές  $f(2015)$  και  $f(2016)$  της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 3**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = x^2 + \alpha x - 3, \alpha \in \mathbb{R}.$$

**Δ1.** Να υπολογίσετε την τιμή του  $\alpha$  αν

$$\alpha = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 4}$$

**Μονάδες 8**

**Δ2.** Για  $\alpha = 2$  να βρείτε την  $f'(x)$ .

**Μονάδες 3**

**Δ3.** Για  $\alpha = 2$  να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $M(-2, f(-2))$ .

**Μονάδες 8**

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ' ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

**Δ4.** Αν τα σημεία  $A_1(x_1, y_1), A_2(x_2, y_2), A_3(x_3, y_3), A_4(x_4, y_4), A_5(x_5, y_5)$  ανήκουν στην ευθεία  $\varepsilon: y = -2x - 7$  και οι τετμημένες  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  των σημείων  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$  έχουν μέση τιμή  $\bar{x} = 2$ , να βρείτε τη μέση τιμή  $\bar{y}$  των τεταγμένων  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$  των σημείων αυτών.

**Μονάδες 6**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ' ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
(ΟΜΑΔΑ Α΄)  
ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)  
ΠΕΜΠΤΗ 19 ΜΑΪΟΥ 2016  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι  
**ΗΜΕΡΗΣΙΑ**

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Τι ονομάζεται **συχνότητα** τιμής  $x_i$  μιας μεταβλητής ενός δείγματος.

**Μονάδες 6**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Το εύρος ως παράμετρος διασποράς χρησιμοποιεί μόνο τις ακραίες τιμές της μεταβλητής.

(Μον. 2)

**β)**  $(e^x)' = xe^{x-1}$ .

(Μον. 2)

**γ)** Έστω δύο συνεχείς συναρτήσεις  $f, g : [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$  με συνεχείς παραγώγους  $f', g'$ . Τότε ισχύει ότι:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f'(x)g(x)dx = [f(x)g(x)]_{\alpha}^{\beta}.$$

(Μον. 2)

**δ)** Η παράγουσα της συνάρτησης  $f(x) = \sin x$  είναι η  $F(x) = -\eta\mu x + c$  όπου  $c \in \mathbb{R}$ .

(Μον. 2)

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ' ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

- ε) Η παράγωγος συνάρτηση μπορεί να θεωρηθεί ως ο ρυθμός μεταβολής ενός μεγέθους σε οποιαδήποτε τιμή της μεταβλητής του.

(Μον. 2)

**Μονάδες 10**

**A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

- α) Αν οι συναρτήσεις  $f, g : A \rightarrow \mathbb{R}$  είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους  $A$ , τότε και η συνάρτηση  $\frac{f}{g} (g \neq 0)$  είναι παραγωγίσιμη στο  $A$  και ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \dots$$

(Μον. 3)

β)  $\int_{\alpha}^{\beta} 1 dx = \dots$

(Μον. 3)

- γ) Αν  $f_1, f_2, \dots, f_k$  είναι οι σχετικές συχνότητες των τιμών  $x_1, x_2, \dots, x_k$  αντίστοιχα μιας μεταβλητής, τότε ισχύει:  $f_1 + f_2 + \dots + f_k = \dots$ , όπου  $k$  το πλήθος των διαφορετικών τιμών της μεταβλητής.

(Μον. 3)

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας κατανομής:

$x_i$	Συχνότητα $n_i$	Αθροιστική Συχνότητα $N_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	$x_i \cdot n_i$
0		5		
1		9		
2		16		
3		20		
4				
ΣΥΝΟΛΑ	25			

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ' ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

**B1.** Να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 9**

**B2.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$ .

**Μονάδες 5**

**B3.** Να υπολογίσετε τη διάμεσο  $\delta$ .

**Μονάδες 3**

**B4.** Να υπολογίσετε τη διακύμανση  $s^2$ .

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2, \quad x \in \mathbb{R}$$

**Γ1.** Να βρείτε την  $f'(x)$ .

**Μονάδες 5**

**Γ2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να υπολογίσετε τα τοπικά ακρότατα.

**Μονάδες 10**

**Γ3.** Δίνονται οι συναρτήσεις:

$$g(x) = 3x^2, \quad x \in \mathbb{R},$$

$$h(x) = 6x + 9, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου το οποίο περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $g(x)$  και  $h(x)$ .

**Μονάδες 10**

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ' ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-x^2}{\sqrt{x}-1}, & x \in [0, 1) \\ \alpha x^2 + \beta x, & x \in [1, +\infty), \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R} \end{cases}$$

**Δ1.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ .

**Μονάδες 10**

**Δ2.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ .

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Να υπολογίσετε τις τιμές των  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  ώστε να υπάρχει το  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  και  $f'(2) = 2$ .

**Μονάδες 10**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

**ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ**



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
(ΟΜΑΔΑ Α')**  
**ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β')**  
**ΠΕΜΠΤΗ 19 ΜΑΪΟΥ 2016**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι**  
**ΕΣΠΕΡΙΝΑ**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω  $A \subseteq \mathbb{R}$  και  $x_0 \in A$ . Πότε η συνάρτηση  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  είναι συνεχής στο  $x_0$ .

**Μονάδες 6**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Η επικρατούσα τιμή μιας μεταβλητής είναι μοναδική.

(Μον. 2)

**β)** Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$  τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \ell$ .

(Μον. 2)

**γ)** Αν οι συναρτήσεις  $f, g: A \rightarrow \mathbb{R}$  είναι συνεχείς στο σημείο

$x_0 \in A$ , τότε η συνάρτηση  $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  είναι συνεχής στο

$x_0$  με  $g(x_0) \neq 0$ .

(Μον. 2)

**δ)**  $(\sin x)' = -\eta\mu x$ .

(Μον. 2)

**ε)**  $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \ln \beta - \ln \alpha$ ,  $\beta > \alpha > 0$ .

(Μον. 2)

**Μονάδες 10**

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

**A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τις ισότητες:

**α)** Αν  $f_1, f_2, \dots, f_k$  οι σχετικές συχνότητες  $k$  διαφορετικών τιμών μιας μεταβλητής τότε:

$$f_1 + f_2 + \dots + f_k = \dots$$

(Μον. 3)

**β)** Αν οι συναρτήσεις  $f, g: A \rightarrow \mathbb{R}$  είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους  $A$ , τότε η συνάρτηση  $\frac{f}{g}$  ( $g \neq 0$ ) είναι παραγωγίσιμη στο  $A$  και ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \dots, \quad \text{με } g(x) \neq 0.$$

(Μον. 3)

**γ)** Έστω συνάρτηση  $f$  συνεχής στο  $[\alpha, \beta]$  τότε:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx + \int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx = \dots$$

(Μον. 3)

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Β**

Έστω η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} e^x + 1, & x < 0 \\ \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & 0 \leq x < 2 \\ \alpha - x, & x \geq 2 \end{cases}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

**B1.** Να εξετάσετε αν η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0 = 0$ .

**Μονάδες 10**

**B2.** Για ποια τιμή της παραμέτρου  $\alpha$  η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0 = 2$ .

**Μονάδες 10**

**B3.** Αν  $\alpha=6$  να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα:

$$I = \int_2^3 f(x) dx .$$

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Γ**

Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται πόσες ώρες συνδέονται στο διαδίκτυο οι μαθητές ενός Εσπερινού ΕΠΑΛ κατά τη διάρκεια μιας ημέρας:

Ώρες $x_i$	Μαθητές $v_i$	Αθροιστική Συχνότητα $N_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i \%$	$x_i v_i$
0	10				
1	15				
2	$v_3$				
3	5				
<b>Σύνολα</b>					

**Γ1.** Να υπολογιστεί η συχνότητα  $v_3$ , αν η διάμεσος των ωρών είναι  $\delta=1,5$ .

**Μονάδες 5**

**Γ2.** Για  $v_3=20$  να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 10**

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

**Γ3.** Για  $v_3=20$  να βρείτε τη μέση τιμή των ωρών σύνδεσης των μαθητών στο διαδίκτυο.

**Μονάδες 5**

**Γ4.** Για  $v_3=20$  να παρουσιάσετε σε μορφή ραβδογράμματος τα δεδομένα  $(x_i, v_i)$ .

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Δ**

Το ύψος σε μέτρα ενός τηλεκατευθυνόμενου αεροπλάνου μετά από  $t$  sec πτήσης δίνεται από τη συνάρτηση:

$$h(t) = -3t^2 + 30t, \quad 0 \leq t \leq 10.$$

**Δ1.** Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του ύψους του αεροπλάνου οποιαδήποτε χρονική στιγμή.

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Να βρεθεί το χρονικό διάστημα της ανόδου του αεροπλάνου από τη στιγμή της απογείωσής του μέχρι το μέγιστο ύψος καθώς και το χρονικό διάστημα της καθόδου από το μέγιστο ύψος μέχρι την προσγείωσή του.

**Μονάδες 10**

**Δ3.** Σε ποια χρονική στιγμή το αεροπλάνο βρίσκεται στο μέγιστο ύψος.

**Μονάδες 5**

**Δ4.** Να βρεθεί το μέγιστο ύψος στο οποίο έφτασε το αεροπλάνο.

**Μονάδες 5**

ΑΡΧΗ 5ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.**
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.**
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**  
**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**