

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄) ΠΕΜΠΤΗ 23 ΜΑΪΟΥ 2013 ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΗΜΕΡΗΣΙΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω συνεχής συνάρτηση $f:[\alpha,\beta]\rightarrow\mathbb{R}$ με παράγουσα συνάρτηση F . Τι ονομάζεται ορισμένο ολοκλήρωμα της συνάρτησης f από το α έως το β ;

Μονάδες 6

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Εάν η τιμή του συντελεστή μεταβλητότητας είναι κάτω του 10%, ο πληθυσμός του δείγματος θεωρείται ομοιογενής.

(Μον. 2)

β) Εάν οι συναρτήσεις $f, g:A\rightarrow\mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους, με $g(x)\neq 0$, τότε ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}.$$

(Μον. 2)

γ) Εάν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε είναι παραγωγίσιμη στο x_0 .

(Μον. 2)

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

δ) Ισχύει ότι: $\int_{\alpha}^{\beta} e^x dx = \frac{e^{\beta+1}}{\beta+1} - \frac{e^{\alpha+1}}{\alpha+1}$ με $\alpha \neq -1$ και $\beta \neq -1$.

(Μον. 2)

ε) Δίνονται οι συναρτήσεις f, g συνεχείς στο $[\alpha, \beta]$. Αν $f(x) \geq g(x)$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$, τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \geq \int_{\alpha}^{\beta} g(x) dx$.

(Μον. 2)

Μονάδες 10

A3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α) $\int_{\alpha}^{\beta} \eta \mu x dx = \dots$

(Μον. 3)

β) Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και c μία σταθερά, τότε:

$(c \cdot f)'(x) = \dots$

(Μον. 3)

γ) Αν $a \in \mathbb{R}^*$ και $x > 0$, τότε:

$(x^a)' = \dots$

(Μον. 3)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \alpha^2 x + \ln x, & \text{αν } 0 < x \leq 1 \text{ και } \alpha \in \mathbb{R} \\ \frac{x^2 - x}{\sqrt{x+3} - 2}, & \text{αν } x > 1 \end{cases}$$

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

B1. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow I^-} f(x)$.

Μονάδες 7

B2. Να δείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow I^+} f(x) = 4$.

Μονάδες 10

B3. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $x_0 = 1$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι μισθοί των υπαλλήλων μίας εταιρείας (σε εκατοντάδες €):

Μισθός (εκατοντάδες €) x_i	Συχνότητα (αριθμός υπαλλήλων) v_i	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	$x_i v_i$
6	25		
10	17		
15	6		
20	2		
Σύνολα	$v = \dots$	100	

Γ1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 5

Γ2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{x} των μισθών των υπαλλήλων.

Μονάδες 5

Γ3. Τι ποσοστό υπαλλήλων έχουν μισθό το πολύ 1000 €;

Μονάδες 7

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

Γ4. Να υπολογίσετε τη διακύμανση s^2 των μισθών των υπαλλήλων της εταιρείας.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (x-2)^2(x+\alpha)$, $x \in \mathbb{R}$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης f είναι $f'(x) = (x-2)(3x+2\alpha-2)$, $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 5

Δ2. Να βρείτε τον αριθμό α , αν η συνάρτηση f παρουσιάζει ακρότατο στο $x_0=4$.

Μονάδες 5

Δ3. Για $\alpha=-5$, να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και τις τιμές των ακροτάτων.

Μονάδες 8

Δ4. Δίνονται οι συναρτήσεις $g(x)=3x^2-12x$, $x \in \mathbb{R}$ και $h(x)=6x-24$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου Ω , που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $g(x)$ και $h(x)$.

Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την

ΑΡΧΗ 5ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
(ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΕΜΠΤΗ 23 ΜΑΪΟΥ 2013
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΕΣΠΕΡΙΝΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

A1. Δίνεται η συνάρτηση $f:A \rightarrow \mathbb{R}$ ($A \subseteq \mathbb{R}$) και $x_0 \in A$. Να δώσετε τον ορισμό της συνέχειας της συνάρτησης f στο x_0 .

Μονάδες 6

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η μέση τιμή επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές και εξαρτάται από όλες τις τιμές της μεταβλητής. (Μον. 2)

β) Επικρατούσα τιμή μιας μεταβλητής ονομάζεται η τιμή με τη μικρότερη συχνότητα. (Μον. 2)

γ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell_1$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \ell_2$ με $\ell_1, \ell_2 \in \mathbb{R}$ και $\ell_2 \neq 0$,

τότε: $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\ell_1}{\ell_2}$. (Μον. 2)

δ) Αν μία συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε απαραίτητα θα είναι και παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό. (Μον. 2)

ε) Έστω συνάρτηση f συνεχής στο $[\alpha, \beta]$. Τότε ισχύει $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = 0$. (Μον. 2)

Μονάδες 10

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

A3. Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες:

α) $(e^x)' = \dots$ (Μον. 3)

β) $(\ln x)' = \dots$, όπου $x > 0$ (Μον. 3)

γ) $\int_{\alpha}^{\beta} \sin x \, dx = \dots$ (Μον. 3)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - \alpha x + \beta, & x \leq 3 \\ \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}, & x > 3 \end{cases} \quad \text{με } \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

B1. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$.

Μονάδες 10

B2. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$.

Μονάδες 5

B3. Να βρείτε τα α, β , ώστε $f(0)=5$ και η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο $x_0=3$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Σε ένα ορεινό χωριό μετρήθηκε η μεγαλύτερη ημερήσια θερμοκρασία για οκτώ (8) συνεχείς ημέρες. Οι τιμές των θερμοκρασιών που καταγράφηκαν είναι οι παρακάτω:

1, 9, 7, 5, 11, α , 1, -1

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Γ1. Αν η μέση τιμή των παραπάνω τιμών των θερμοκρασιών είναι $\bar{X}=5$, να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό α .

Μονάδες 5

Γ2. Για $\alpha=7$, να υπολογίσετε τη διάμεσο και το εύρος των παραπάνω τιμών των θερμοκρασιών.

Μονάδες 8

Γ3. Για $\alpha=7$, να υπολογίσετε τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση των παραπάνω τιμών των θερμοκρασιών.

Μονάδες 8

Γ4. Για $\alpha=7$, να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβλητότητας (CV) και να εξετάσετε αν το παραπάνω δείγμα θερμοκρασιών είναι ομοιογενές.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = x^3 - 3x + \kappa, \kappa \in \mathbb{R}.$$

Δ1. Να βρεθεί το κ , ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f να διέρχεται από το σημείο $A(-1,5)$.

Μονάδες 5

Δ2. Αν $\kappa=3$, να μελετήσετε τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης f .

Μονάδες 8

Δ3. Να βρεθεί το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{1-x}$.

Μονάδες 7

Δ4. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_1^3 f''(x) dx$.

Μονάδες 5

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε **μόνον** τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ