

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ 14 ΙΟΥΝΙΟΥ 2006

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ 1ο

Δίνονται 5 παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής X :

$$16, 14, 22, 18, 20 + \alpha, \quad \text{όπου } \alpha \in \mathbb{R}.$$

Αν ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) των παρατηρήσεων αυτών είναι 20% και η τυπική απόκλισή τους (s) είναι 4, τότε:

- α) Να δείξετε ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι $\bar{x} = 20$.

Μονάδες 7

- β) Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού α .

Μονάδες 10

- γ) Για την τιμή του α που υπολογίσατε στο ερώτημα β, να βρείτε τη διάμεσο του δείγματος.

Μονάδες 5

- δ) Είναι το δείγμα ομοιογενές ή όχι και γιατί.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = 4x^3 - 12x + 2006, \quad x \in \mathbb{R}.$$

- α) Να βρεθεί η παράγουσα της f .

Μονάδες 8

- β) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της f για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 8

- γ) Να εξεταστεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 9

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ 3ο

Έστω α, β πραγματικοί αριθμοί και συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \cdot \alpha, & \text{αν } x > 2 \\ 4, & \text{αν } x = 2 \\ \alpha x + \beta, & \text{αν } x < 2 \end{cases}.$$

α) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$.

Μονάδες 8

β) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$.

Μονάδες 5

γ) Να υπολογίσετε τα α, β ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0 = 2$.

Μονάδες 8

δ) Για τις τιμές των α και β που βρήκατε στο ερώτημα γ, να υπολογίσετε τις τιμές $f(0)$ και $f(3)$.

Μονάδες 4

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ 4ο

Μια βιοτεχνία, μεταξύ άλλων, κατασκευάζει κεραμικά πλακίδια σε σχήμα τριγώνου. Σε κάθε πλακίδιο το άθροισμα της βάσης x και του ύψους που αντιστοιχεί στη βάση αυτή είναι σταθερό και ισούται με 50cm.

- α) Να δείξετε ότι το εμβαδό E της επιφάνειας κάθε τριγωνικού πλακιδίου δίνεται συναρτήσει του x από τον τύπο

$$E(x) = \frac{1}{2}x(50 - x), \quad 0 < x < 50.$$

Μονάδες 8

- β) Για ποια τιμή του x το εμβαδό $E(x)$ γίνεται μέγιστο.

Μονάδες 12

- γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του $E(x)$.

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα **να μην τα αντιγράψετε** στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμμία άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ 14 ΙΟΥΝΙΟΥ 2006

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ 1ο

Ο επόμενος πίνακας παρουσιάζει τα χρόνια υπηρεσίας ενός δείγματος εργαζομένων σε μια εταιρεία.

Χρόνια υπηρεσίας x	[0 – 10)	[10 – 20)	[20 – 30)	[30 – 40)
Εργαζόμενοι v_i	10	α	20	5

- α) Αν ο μέσος χρόνος υπηρεσίας των εργαζομένων του δείγματος είναι $\bar{x} = 19$ χρόνια, να αποδείξετε ότι $\alpha = 15$.

Μονάδες 9

- β) Για $\alpha = 15$ να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων (v_i), αθροιστικών συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων ($f_i\%$).

Μονάδες 10

- γ) Να υπολογίσετε το πλήθος των εργαζομένων του δείγματος που έχουν λιγότερα από 30 χρόνια υπηρεσίας.

Μονάδες 3

- δ) Να υπολογίσετε το ποσοστό (%) των εργαζομένων του δείγματος που έχουν τουλάχιστον 20 χρόνια υπηρεσίας.

Μονάδες 3

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + \lambda x - 3, & x \leq 1 \\ 2x - \lambda, & x > 1 \end{cases}$$

όπου λ πραγματικός αριθμός.

α) Να υπολογίσετε το: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

Μονάδες 5

β) Να υπολογίσετε το: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

Μονάδες 5

γ) Να υπολογίσετε την τιμή του λ για την οποία η f είναι συνεχής στο $x_0 = 1$.

Μονάδες 8

δ) Να εξετάσετε αν για $\lambda = 2$, η f είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 1$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f'(x) = 2x - 6$.

α) Αν $f(0) = 5$, να υπολογίσετε τον τύπο της αρχικής (παράγουσας) συνάρτησης f .

Μονάδες 5

β) Να εξετάσετε τη συνάρτηση f που βρήκατε στο ερώτημα α :

(i) ως προς τη μονοτονία

Μονάδες 8

(ii) ως προς τα ακρότατα

Μονάδες 8

γ) Να υπολογίσετε τα: $f''(2)$ και $f''(-3)$.

Μονάδες 4

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ 4ο

Ένα σώμα αφήνεται να πέσει από την κορυφή ενός κτιρίου ύψους 45m, τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ sec}$. Αν θεωρήσουμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα, το διάστημα που διανύει το σώμα μετά από $t \text{ sec}$ πτώσης δίνεται από τη συνάρτηση: $S(t) = 5t^2$ (μέτρα m).

α) Να υπολογίσετε το διάστημα που θα διανύσει το σώμα σε χρόνο $t = 2 \text{ sec}$.

Μονάδες 4

β) Να αποδείξετε ότι ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα για να φτάσει στο έδαφος, είναι $t = 3 \text{ sec}$.

Μονάδες 7

γ) Να υπολογίσετε:

(i) τον τύπο της ταχύτητας $v(t)$ του σώματος κάθε χρονική στιγμή t .

Μονάδες 7

(ii) την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή της πρόσκρουσης στο έδαφος.

Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε τα θέματα** στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμμία άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ