

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β' ΚΥΚΛΟΥ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

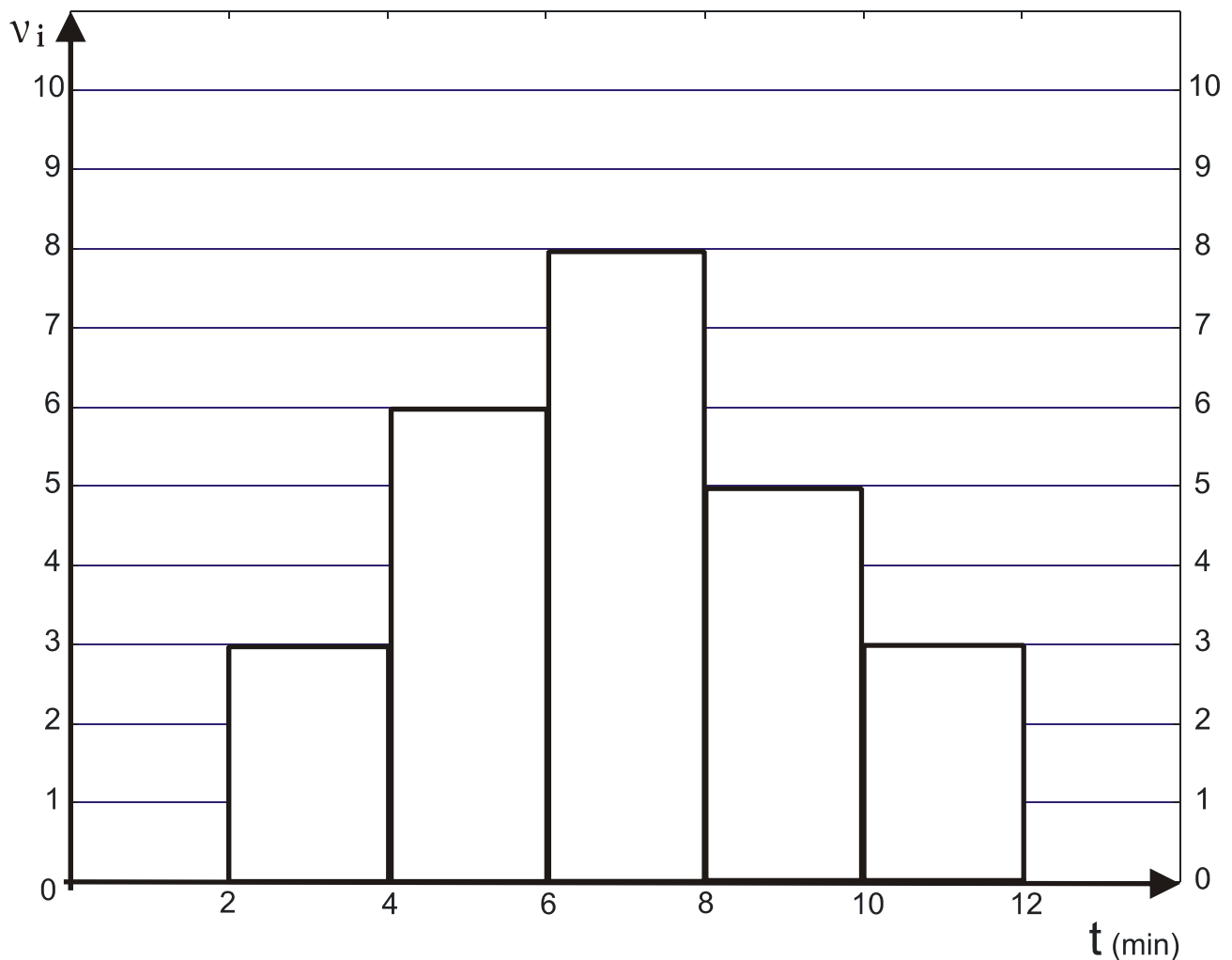
ΤΡΙΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2007

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ 1ο

Οι χρόνοι καθυστέρησης που παρατηρήθηκαν σε 25 δρομολόγια ενός οργανισμού σιδηροδρόμων δίνονται από το παρακάτω ιστόγραμμα συχνοτήτων:



- α. Να μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε με τη βοήθεια του παραπάνω ιστογράμματος συχνοτήτων.

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Διάστημα	Συχνότητα ν_i	Μέσο διαστήματος K_i	$\nu_i K_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Σχετική αθροιστική συχνότητα %
[2, 4)					
[4, 6)					
[6, 8)					
[8, 10)					
[10,12)					
Αθροίσματα					

Μονάδες 10

β. Να βρείτε το μέσο χρόνο καθυστερήσεων των δρομολογίων.

Μονάδες 5

γ. Πόσα δρομολόγια είχαν καθυστέρηση τουλάχιστον 6 λεπτά;

Μονάδες 5

δ. Ποιο είναι το ποσοστό των δρομολογίων που είχαν καθυστέρηση λιγότερο από 8 λεπτά;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση f με:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - x} & , \quad \text{αν } x < 0 \\ -3 + \beta & , \quad \text{αν } x = 0 \\ e^x - \alpha & , \quad \text{αν } x > 0 \end{cases}$$

όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

α. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

Μονάδες 8

β. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

Μονάδες 4

γ. Να βρείτε την τιμή του α , ώστε να υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Μονάδες 8

δ. Για την τιμή $\alpha=4$ να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό β , ώστε η f να είναι συνεχής στο $x=0$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = x^2 + kx + \lambda$, $k, \lambda \in \mathbb{R}$.

Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x_0=1$ και το σημείο $A(1,0)$ ανήκει στη γραφική της παράσταση,

α. να δείξετε ότι $k=-2$ και $\lambda=1$.

Μονάδες 12

β. να υπολογίσετε τη δεύτερη παράγωγο f'' της f .

Μονάδες 5

γ. να δείξετε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει:
 $f(x) + f'(x) + f''(x) > 0$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = 10 \ln x - 5x^2$, $x > 0$.

α. Να βρείτε την παράγωγο f' της f .

Μονάδες 5

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

- β. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 8

- γ. Για ποια τιμή του x η f παρουσιάζει ακρότατο. Να προσδιορίσετε το είδος του ακροτάτου και να το υπολογίσετε.

Μονάδες 8

- δ. Να δείξετε ότι $f(x) \leq -5$, για κάθε $x > 0$.

Μονάδες 4

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμμία άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΡΙΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2007

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ 1ο

Εξετάσαμε ένα δείγμα πενήντα (50) μαθητών της Γ΄ Γυμνασίου ως προς τον αριθμό των ορθογραφικών λαθών που έκαναν σε ένα κείμενο Αρχαίων Ελληνικών. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Λάθη (x_i)	Μαθητές (n_i)	Σχετική Συχνότητα % ($f_i\%$)
2		2ω
5		4ω
6		3ω
8		ω
Αθροίσματα		

α. Να αποδείξετε ότι $\omega=10$.

Μονάδες 7

β. Για $\omega=10$

β1. Να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 9

β2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή του αριθμού των ορθογραφικών λαθών των μαθητών του δείγματος.

Μονάδες 5

β3. Αν στο παραπάνω δείγμα προστεθούν πενήντα (50) μαθητές με μέση τιμή αριθμού ορθογραφικών λαθών έξι (6), να βρείτε τη νέα μέση τιμή του αριθμού των λαθών στο δείγμα των 100 μαθητών.

Μονάδες 4

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση f με:

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{3-x} + x^2 + kx - 2, & \text{αν } x \leq 3 \\ \frac{2x^2 - 6x}{x-3}, & \text{αν } x > 3 \end{cases},$$

όπου k πραγματικός αριθμός.

α. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$.

Μονάδες 8

β. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$.

Μονάδες 6

γ. Να βρείτε την τιμή του k για την οποία η f είναι συνεχής στο $x_0=3$.

Μονάδες 6

δ. Να βρείτε την τιμή $f''(2)$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$.

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της f .

Μονάδες 4

β. Να υπολογίσετε την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης f .

Μονάδες 8

γ. Να δείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(1, +\infty)$.

Μονάδες 6

δ. Να δείξετε ότι $f(0) \cdot f(3) - f'(2) = 0$.

Μονάδες 7

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ 4ο

Σε μια άδεια δεξαμενή σχήματος κύβου ακμής 2 m προσθέτουμε πετρέλαιο. Αν το ύψος h (σε m) της στάθμης του πετρελαίου, ως συνάρτηση του χρόνου t (σε min), είναι

$$h(t) = \frac{t^2}{18},$$

α. να βρείτε το ύψος της στάθμης σε χρόνο $t=3$ min.

Μονάδες 5

β. να δείξετε ότι ο όγκος του πετρελαίου της δεξαμενής μετά από χρόνο t min δίνεται από τον τύπο $V(t) = \frac{2t^2}{9} \text{ m}^3$.

Μονάδες 7

γ. να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του όγκου του πετρελαίου τη χρονική στιγμή $t=5$ min.

Μονάδες 7

δ. να βρείτε σε πόσο χρόνο θα γεμίσει η δεξαμενή.

Μονάδες 6

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε τα θέματα** στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμμία άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**