

ΘΕΜΑ 1^ο

$$f(x) = e^{-x^2}$$

Αναφορές στο σχολικό βιβλίο σελ. 121, σελ159 + σελ236

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^{-x^2}$ με $x \in \mathbb{R}$

1. Να μελετηθεί η συνάρτηση ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα .
2. Να μελετηθεί ως προς την κυρτότητα και να βρεθούν τα σημεία καμψής της.
3. Να αποδείξετε ότι έχει οριζόντια ασύμπτωτη την $y=0$ και να σχεδιάσετε την C_f .
4. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_0^1 xf(x)dx$
5. Να δείξετε ότι η f είναι αντιστρέψιμη και να ορίσετε την αντίστροφη της .
6. Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της αντίστροφης .
7. Να αποδείξετε ότι : $\int_0^1 e^{-x^2} dx + \int_1^{1/e} \sqrt{\ln \frac{1}{x}} dx = \frac{1}{e}$
8. Να αποδείξετε ότι : $1 - x^2 \leq e^{-x^2} \leq 1$ και $\frac{2}{3} \leq \int_0^1 e^{-x^2} dx \leq 1$