

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΤΡΙΤΗ 22 ΜΑΪΟΥ 2007  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

- A.** Να αποδειχθεί ότι για δύο ενδεχόμενα  $A$  και  $B$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  ισχύει  $P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$ .

**Μονάδες 8**

- B.α.** Πότε μια συνάρτηση  $f$  λέμε ότι είναι παραγωγίσιμη στο σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της;

**Μονάδες 4**

- β.** Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου ( $\delta$ ) ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων, όταν ο  $n$  είναι άρτιος αριθμός.

**Μονάδες 3**

- Γ1.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α.** Στην περίπτωση των ποσοτικών μεταβλητών, οι αθροιστικές σχετικές συχνότητες  $F_i$  εκφράζουν το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής  $x_i$ .

**Μονάδες 2**

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

- β. Αν  $f, g$  είναι δύο παραγωγίσιμες συναρτήσεις, τότε για την παράγωγο της σύνθετης συνάρτησης ισχύει:

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x).$$

**Μονάδες 2**

- γ. Αν για μια συνάρτηση  $f$  ισχύουν  $f'(x_0)=0$  για  $x_0 \in (\alpha, \beta)$ ,  $f'(x) > 0$  στο  $(\alpha, x_0)$  και  $f'(x) < 0$  στο  $(x_0, \beta)$ , τότε η  $f$  παρουσιάζει στο διάστημα  $(\alpha, \beta)$  για  $x=x_0$  ελάχιστο.

**Μονάδες 2**

- Γ2. Να γράψετε στο τετράδιό σας τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων:

$$f_1(x) = x^v, \quad \text{όπου } v \text{ φυσικός}$$

$$f_2(x) = \ln x, \quad \text{όπου } x > 0$$

$$f_3(x) = \sqrt{x}, \quad \text{όπου } x > 0$$

$$f_4(x) = \sin x, \quad \text{όπου } x \text{ πραγματικός.}$$

**Μονάδες 4**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση με τύπο  $f(x) = xe^x + 3$ , όπου  $x$  πραγματικός αριθμός.

- α. Να αποδείξετε ότι  $f'(x) = f(x) + e^x - 3$

**Μονάδες 10**

- β. Να βρεθεί το  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - e^x}{x^2 - x}$ .

**Μονάδες 15**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Έστω ο δειγματικός χώρος  $\Omega = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  για τον οποίο ισχύει  $P(-1)=P(0)=P(1)=P(2)=2P(3)=2P(4)=2P(5)$ . Ορίζουμε τα ενδεχόμενα του  $\Omega$ :

$$A = \{1, 3, x^2 - x - 3\}, B = \{2, x + 1, 2x^2 + x - 2, -2x + 1\}$$

όπου  $x$  ένας πραγματικός αριθμός.

- α.** Να βρεθούν οι πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του  $\Omega$ , δηλαδή οι  $P(-1), P(0), P(1), P(2), P(3), P(4), P(5)$ .

**Μονάδες 7**

- β.** Να βρεθεί η μοναδική τιμή του  $x$  για την οποία ισχύει  $A \cap B = \{-1, 3\}$ .

**Μονάδες 8**

- γ.** Για  $x = -1$  ναδειχθεί ότι:

$$P(A) = \frac{5}{11}, \quad P(B) = \frac{7}{11}, \quad P(A \cap B) = \frac{3}{11}$$

και στη συνέχεια να υπολογιστούν οι πιθανότητες  $P(A - B)$  και  $P(A \cup B')$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Θεωρούμε δύο δείγματα  $A$  και  $B$  με παρατηρήσεις:

$$\text{Δείγμα } A: 12, 18, t_3, t_4, \dots, t_{25}$$

$$\text{Δείγμα } B: 16, 14, t_3, t_4, \dots, t_{25}.$$

Δίνεται ότι  $t_3 + t_4 + \dots + t_{25} = 345$ .

- α.** Να αποδείξετε ότι οι μέσες τιμές  $\bar{x}_A$  και  $\bar{x}_B$  των δύο δειγμάτων  $A$  και  $B$  αντίστοιχα είναι  $\bar{x}_A = \bar{x}_B = 15$ .

**Μονάδες 7**

- β. Αν  $s_A^2$  είναι η διακύμανση του δείγματος Α και  $s_B^2$  είναι η διακύμανση του δείγματος Β, να αποδείξετε ότι  $s_A^2 - s_B^2 = \frac{16}{25}$ .

**Μονάδες 8**

- γ. Αν ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος Α είναι ίσος με  $CV_A = \frac{1}{15}$ , να βρείτε τον συντελεστή μεταβολής  $CV_B$  του δείγματος Β.

**Μονάδες 10**

**ΟΔΗΓΙΕΣ**

(για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μετά τη 10:30' πρωινή.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ' ΤΑΞΗΣ  
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΔΕΥΤΕΡΑ 21 ΜΑΪΟΥ 2007  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

**A)** Έστω  $f, g$  δύο παραγωγίσιμες συναρτήσεις στο  $\mathbb{R}$ . Να αποδείξετε ότι  $[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 10**

**B)** Για καθεμιά από τις επόμενες προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της και δίπλα την ένδειξη ( $\Sigma$ ), αν αυτή είναι σωστή, ή την ένδειξη ( $\Lambda$ ), αν αυτή είναι λανθασμένη.

**α)** Το εύρος  $R$  ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων δεν επηρεάζεται από τις δύο ακραίες παρατηρήσεις.

**Μονάδες 3**

**β)** Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

**Μονάδες 3**

**γ)** Σε ένα ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με 1.

**Μονάδες 3**

- δ) Έστω  $f, g$  δύο οποιεσδήποτε παραγωγίσιμες συναρτήσεις στο  $\mathbb{R}$ , τότε ισχύει:

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g'(x), \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

**Μονάδες 3**

- ε) Μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$  λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  $x_1 \in A$ , όταν  $f(x) > f(x_1)$  για κάθε  $x$  σε μια περιοχή του  $x_1$ .

**Μονάδες 3**

### **ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με  $f(x) = x^2 + 1$ , όπου  $x \in \mathbb{R}$ . Να βρείτε:

- α) Το ρυθμό μεταβολής της συνάρτησης  $f$  ως προς  $x$ , όταν  $x=2$ .

**Μονάδες 10**

- β) Τα ακρότατα της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 10**

- γ) Το σημείο  $A(x_0, f(x_0))$  της γραφικής παράστασης της συνάρτησης, στο οποίο η εφαπτομένη της είναι παράλληλη στην ευθεία  $y=3$ .

**Μονάδες 5**

### **ΘΕΜΑ 3ο**

Στον παρακάτω (ελλιπή) πίνακα παρουσιάζονται οι σχετικές συχνότητες των τιμών σε Ευρώ ενός συγκεκριμένου προϊόντος σε 50 καταστήματα μιας πόλης:

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Τιμή προϊόντος (σε Ευρώ) [ - )	Σχετική Συχνότητα $f_i$
8 - 10	0,2
10 - 12	$f_2$
12 - 14	0,3
14 - 16	$f_4$

- α) Αν η μέση τιμή των τιμών του προϊόντος στα καταστήματα αυτά είναι  $\bar{x}=11,60$  Ευρώ, να βρείτε τις σχετικές συχνότητες  $f_2$  και  $f_4$ .

**Μονάδες 10**

- β) Αν  $f_2=0,4$  και  $f_4=0,1$  τότε,

- i) να βρείτε σε πόσα καταστήματα η τιμή του προϊόντος είναι μεγαλύτερη ή ίση των 10 Ευρώ.

**Μονάδες 8**

- ii) να κατασκευάσετε το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Σε ένα δείγμα  $n$  παρατηρήσεων  $x_1, x_2, \dots, x_n$  μιας μεταβλητής  $X$  είναι  $\bar{x}=8$  και  $s_x^2=4$ .

- α) Αν  $y_1, y_2, \dots, y_n$  είναι το δείγμα των παρατηρήσεων που προκύπτουν αντιστοίχως από τις  $x_1, x_2, \dots, x_n$  όταν κάθε μία αυξηθεί κατά 10% τότε:

- i) Να εξετάσετε αν το δείγμα  $y_1, y_2, \dots, y_n$  είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 5**

- ii) Να συγκριθούν μεταξύ τους τα δύο δείγματα ως προς την ομοιογένεια.

**Μονάδες 5**

β) Αν  $z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s_x}$  για κάθε  $i=1,2,\dots,n$

i) να βρείτε τη μέση τιμή  $\bar{z}$  και την τυπική απόκλιση  $s_z$  των  $z_1, \dots, z_n$ .

**Μονάδες 10**

ii) να εξετάσετε αν ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής (CV) των  $z_1, \dots, z_n$ .

**Μονάδες 5**

### **ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Δεν θα αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε οποιαδήποτε άλλη σημείωση.  
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**



**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 29 ΙΟΥΝΙΟΥ 2007  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ(4)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

- A.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $f(x)=x$  είναι  $f'(x)=1$ .

**Μονάδες 8**

- B. α.** Να δώσετε τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας ενός ενδεχομένου  $A$  κάποιου δειγματικού χώρου  $\Omega$ .

**Μονάδες 4**

- β.** Να δώσετε τις αριθμητικές τιμές των παρακάτω πιθανοτήτων:

i)  $P(\Omega)$       ii)  $P(\emptyset)$ .

**Μονάδες 3**

- Γ1.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα, το οποίο αντιστοιχεί στην κάθε πρόταση.

- α.** Έστω ότι έχουμε ένα δείγμα μεγέθους  $n$  και ότι  $f_i$ ,  $i=1,2,\dots,k$ , είναι οι αντίστοιχες σχετικές συχνότητες των τιμών  $x_i$  μιας μεταβλητής. Αν  $a_i$  είναι το αντίστοιχο τόξο ενός κυκλικού τμήματος στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, τότε:

$$a_i = 360 \cdot f_i, \text{ για } i=1,2,\dots,k.$$

**Μονάδες 2**

- β. Αν  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες συναρτήσεις με  $g(x) \neq 0$ , τότε ισχύει 
$$\left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}.$$

**Μονάδες 2**

- γ. Αν μία συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $\Delta$  και ισχύει  $f'(x) > 0$  για κάθε εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\Delta$ .

**Μονάδες 2**

**Γ2.** Να γράψετε στο τετράδιό σας τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων:

$$f_1(x) = e^x \quad \text{όπου } x \text{ πραγματικός.}$$

$$f_2(x) = \frac{1}{x} \quad \text{όπου } x \neq 0.$$

$$f_3(x) = \eta \mu x \quad \text{όπου } x \text{ πραγματικός.}$$

$$f_4(x) = c \quad \text{όπου } x \text{ πραγματικός και } c \text{ σταθερά.}$$

**Μονάδες 4**

### **ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση με τύπο  $f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$ .

- α. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f(x)$ .

**Μονάδες 5**

- β. Να βρεθεί το όριο  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ .

**Μονάδες 8**

- γ. Να εξετασθεί η συνάρτηση  $f(x)$  ως προς τη μονοτονία και να βρεθούν τα ακρότατά της.

**Μονάδες 12**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Έστω ο δειγματικός χώρος  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Θεωρούμε τα ενδεχόμενα  $A, B$  του  $\Omega$  τα οποία ορίζονται ως εξής:

$$A = \{x \in \Omega / 0 \leq \ln(x-1) < \ln 3\},$$

$$B = \{x \in \Omega / (x^2 - 5x) \cdot (x-1) = -6 \cdot (x-1)\}.$$

**α.** Να βρεθούν οι πιθανότητες  $P(A-B)$  και  $P(B \cup A')$ .

**Μονάδες 8**

**β.** Αν  $P(A) = \frac{1}{4}$ , να υπολογιστεί η πιθανότητα  $P(A' \cup B')$ .

**Μονάδες 7**

**γ.** Αν  $P(A) = \frac{1}{4}$  και  $P(B-A) = \frac{1}{8}$ , να βρεθεί η μικρότερη και η μεγαλύτερη τιμή της πιθανότητας  $P(X)$ , όπου  $X$  είναι ενδεχόμενο του  $\Omega$  τέτοιο ώστε  $A \cup X = B$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Έστω  $x_1, x_2, \dots, x_{11}$  ένα δείγμα με παρατηρήσεις:

$$7, 5, \alpha, 2, 5, \beta, 8, 6, \gamma, 5, 3,$$

όπου  $\alpha, \beta, \gamma$  φυσικοί αριθμοί με  $\alpha < \beta < \gamma$ . Δίνεται ότι η μέση τιμή, η διάμεσος και το εύρος των παρατηρήσεων είναι  $\bar{x} = 6$ ,  $\delta = 6$  και  $R = 8$  αντίστοιχα.

**α.** Να βρεθούν οι τιμές των  $\alpha, \beta, \gamma$ , έτσι ώστε να ισχύει  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 217$ .

**Μονάδες 8**

**β.** Για τις τιμές των  $\alpha, \beta, \gamma$ , που βρέθηκαν στο προηγούμενο ερώτημα, ναδειχθεί ότι η τυπική απόκλιση του δείγματος είναι ίση με  $s_x = \sqrt{\frac{58}{11}}$  και να εξετασθεί αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 8**

- γ. Έστω  $y_1, y_2, \dots, y_{11}$  οι παρατηρήσεις που προκύπτουν αν πολλαπλασιάσουμε τις  $x_1, x_2, \dots, x_{11}$  επί μια θετική σταθερά  $c_1$  και στη συνέχεια προσθέσουμε μια σταθερά  $c_2$ . Αν  $\bar{y}=9$  και  $s_y=2s_x$ , να βρεθούν οι τιμές των σταθερών  $c_1$  και  $c_2$ .

**Μονάδες 9**

**ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μετά τη 10:00' πρωινή.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Δ' ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 29 ΙΟΥΝΙΟΥ 2007  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

- A.** Αν  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , είναι οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$  που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους  $n$ ,  $n \leq \nu$  και  $f_1, f_2, \dots, f_n$  οι αντίστοιχες σχετικές συχνότητες των τιμών της μεταβλητής, να αποδείξετε ότι:  $f_1 + f_2 + \dots + f_n = 1$ .

**Μονάδες 8**

- B.** Να δώσετε τον ορισμό της μέσης τιμής ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων μιας μεταβλητής  $X$ .

**Μονάδες 5**

- Γ.** Για καθεμιά από τις επόμενες προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της και δίπλα την ένδειξη ( $\Sigma$ ), αν αυτή είναι σωστή, ή την ένδειξη ( $\Lambda$ ), αν αυτή είναι λανθασμένη.

**α)** Για  $x > 0$  ισχύει  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .

**Μονάδες 3**

- β)** Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση τόσο των ποιοτικών, όσο και των ποσοτικών δεδομένων, όταν οι διαφορετικές τιμές της μεταβλητής είναι σχετικά λίγες.

**Μονάδες 3**

- γ)** Οι τιμές μιας ποιοτικής μεταβλητής είναι αριθμοί.

**Μονάδες 3**

- δ) Η διακύμανση των τιμών μιας μεταβλητής  $X$  είναι μέτρο θέσης.

**Μονάδες 3**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση με τύπο  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ .

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  και την παράγωγό της.

**Μονάδες 10**

- β) Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 10**

- γ) Να υπολογίσετε το όριο:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{xf'(x)}{f(x)}$ .

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Οι βαθμοί των μαθητών σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών μιας τάξης ενός Λυκείου ακολουθούν κανονική κατανομή. Το 50% των μαθητών έγραψε τουλάχιστο 13, ενώ το 34% από 13 έως 14:

- α) Να βρείτε τη διάμεσο  $\delta$ , τη μέση τιμή  $\bar{x}$  και την τυπική απόκλιση  $s$  των βαθμών των μαθητών.

**Μονάδες 12**

- β) Αν 95 μαθητές της τάξης έγραψαν από 11 έως 13:

- i. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών της τάξης.

**Μονάδες 7**

- ii. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών που έγραψαν από 14 έως 15 στο διαγώνισμα αυτό.

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Δίνεται η συνάρτηση με τύπο  $f(x) = x^3 - sx^2 + 2x + \bar{x}$ , όπου  $\bar{x}$  η μέση τιμή και  $s$  η τυπική απόκλιση ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων μιας μεταβλητής  $X$ . Αν στο σημείο  $M(1, 5)$  της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  η εφαπτομένη σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με τον άξονα  $x'x$  :

- α) Να βρείτε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  και την τυπική απόκλιση  $s$  του δείγματος.

**Μονάδες 15**

- β) Αν  $\bar{x} = 4$  και  $s = 2$ , τότε:

- i. Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 4**

- ii. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της παραγώγου της συνάρτησης  $f$  στο  $x_0 = 1$ .

**Μονάδες 6**

**ΟΛΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Δεν θα αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.**
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν.  
**Δεν επιτρέπεται να γράψετε οποιαδήποτε άλλη σημείωση.**

## ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μια (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**