

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Α΄)
ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΕΜΠΤΗ 28 ΜΑΪΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)**

ΘΕΜΑ 1ο

A) Δίνεται συνάρτηση $f:A \rightarrow \mathbb{R}$ ($A \subseteq \mathbb{R}$) και $x_0 \in A$. Πότε λέμε ότι η f είναι συνεχής στο x_0 ;

Μονάδες 7

B) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν η τιμή του συντελεστή μεταβλητότητας (μεταβολής) ενός δείγματος παρατηρήσεων είναι μικρότερη του 10%, τότε ο πληθυσμός του δείγματος θεωρείται ομοιογενής.

Μονάδες 3

β) $(\sin x)' = \eta \mu x$

Μονάδες 3

γ) Έστω η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f:(\alpha, \beta) \rightarrow \mathbb{R}$. Αν $f'(x) < 0$ για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα (α, β) .

Μονάδες 3

δ) $\int_{\alpha}^{\beta} c dx = c(\beta - \alpha)$, όπου c σταθερά.

Μονάδες 3

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Γ) Αν οι συναρτήσεις $f, g: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους A , τότε να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α) $(f \cdot g)'(x) = \dots\dots\dots$

Μονάδες 2

β) $(c \cdot f)'(x) = \dots\dots\dots$, όπου c σταθερά.

Μονάδες 2

γ) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \dots\dots\dots$ με $\beta > \alpha > 0$

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2ο

Ρωτήθηκαν 25 μαθητές μιας τάξης ενός Λυκείου πόσα λογοτεχνικά βιβλία διάβασαν την περσινή χρονιά. Οι απαντήσεις τους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Βιβλία x_i	Μαθητές v_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική Συχνότητα	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα $\%$	$x_i v_i$
1	4				
2					
3	8				
4	7				
Αθροίσματα					

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

- A) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 10

- B) Να υπολογίσετε τη διάμεσο.

Μονάδες 5

- Γ) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή.

Μονάδες 5

- Δ) Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που διάβασε τουλάχιστον δύο (2) βιβλία;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = -x^2 + 6x + 8$

- A) Να υπολογίσετε την $f'(x)$

Μονάδες 4

- B) Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.

Μονάδες 8

- Γ) Για ποια τιμή του x η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο; Να βρείτε το είδος του ακροτάτου.

Μονάδες 6

- Δ) Να υπολογίσετε το $\int_0^3 f(x) dx$

Μονάδες 7

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = x^3 + 4x + 2ae^x$,

$$\text{όπου } \alpha = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$$

A) Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού α .

Μονάδες 5

B) Για $\alpha=1$

α) Να υπολογίσετε την $f'(x)$

Μονάδες 5

β) Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R}

Μονάδες 5

γ) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x=2$ και $x=4$, είναι ίσο με $84 + 2e^4 - 2e^2$ τ.μ.

Μονάδες 10

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε **μόνον** τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.**
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό διαρκείας ανεξίτηλης μελάνης.**
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β' ΚΥΚΛΟΥ **ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ 6 ΜΑΪΟΥ 2009

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ 1ο

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται το πλήθος των τηλεφωνικών κλήσεων που πραγματοποίησαν 25 συνδρομητές μιας εταιρείας κινητής τηλεφωνίας κατά τη διάρκεια μιας ημέρας.

Πλήθος κλήσεων x_i	Πλήθος συνδρομητών v_i	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική συχνότητα	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)	$x_i \cdot v_i$
2	4				
3	6				
4	5				
5	7				
6	2				
7	1				
Αθροίσματα	25				

- α. Να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 8

- β. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή του πλήθους των κλήσεων.

Μονάδες 6

- γ. Να βρείτε πόσοι συνδρομητές πραγματοποίησαν το πολύ 4 κλήσεις.

Μονάδες 6

- δ. Να βρείτε το ποσοστό των συνδρομητών που πραγματοποίησαν τουλάχιστον 5 κλήσεις.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 8x + 12}{x - 6} & , \text{ αν } x > 6 \\ 3\lambda - 5 & , \text{ αν } x = 6 \\ e^{x-6}(2x - \mu) & , \text{ αν } x < 6 \end{cases}$$

όπου $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$.

α. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x)$

Μονάδες 8

β. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x)$

Μονάδες 5

γ. Να υπολογίσετε την τιμή του μ έτσι ώστε να υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$

Μονάδες 6

δ. Για $\mu=8$ να βρείτε τον αριθμό λ έτσι ώστε η f να είναι συνεχής στο $x=6$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = \frac{x-2}{e^x}, \text{ με } x \in \mathbb{R}$$

α. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης f .

Μονάδες 8

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

β. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 10

γ. Να αποδείξετε ότι για $x=3$ η f παρουσιάζει ολικό μέγιστο ίσο με $\frac{1}{e^3}$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - kx^2 + \lambda x - 2 - \lambda$, όπου $k, \lambda \in \mathbb{R}$.

Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $M(0, -5)$ και η συνάρτηση f για $x=1$ παρουσιάζει τοπικό ακρότατο, τότε:

α. Να βρείτε τις τιμές των k και λ

Μονάδες 13

β. Για $k=2$ και $\lambda=3$,

i. να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.

Μονάδες 6

ii. να βρείτε την τιμή και το είδος των ακροτάτων της f .

Μονάδες 6

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα **να μην τα αντιγράψετε** στο τετράδιο.

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν.

Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.

Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων και όχι πριν τις 18.00.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΠΕΜΠΤΗ 21 ΜΑΪΟΥ 2009

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ 1ο

Δίνεται ο πίνακας κατανομής συχνοτήτων

x_i	v_i	f_i	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική συχνότητα	$x_i v_i$
0	20				
1	15				
2	5				
3	10				
Αθροίσματα					

- α. Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 15

- β. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{x}

Μονάδες 3

- γ. Να υπολογίσετε τη διάμεσο δ

Μονάδες 4

- δ. Αν R το εύρος των παρατηρήσεων να αποδείξετε
ότι: $10\bar{x} + \delta - 4R = 0$

Μονάδες 3

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{x - 1}, & \text{αν } x > 1 \\ 2\lambda x - 3, & \text{αν } x \leq 1 \end{cases}$$

όπου λ πραγματικός αριθμός.

α. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

Μονάδες 8

β. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

Μονάδες 5

γ. Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού λ , για την οποία υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

Μονάδες 7

δ. Για $\lambda = 2$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης
 $K = 2f(2) - 3f(-1)$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = x^3 - 3x + 2$

α. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης f

Μονάδες 8

β. Να βρείτε την δεύτερη παράγωγο της συνάρτησης f

Μονάδες 8

γ. Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού α για την οποία ισχύει $(\alpha - 1)f'(0) + 4f''(1) = 27$

Μονάδες 9

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \ln x - x - 1$

- α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f
Μονάδες 4
- β. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης f
Μονάδες 6
- γ. Να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς την μονοτονία.
Μονάδες 10
- δ. Να αποδείξετε ότι: $\ln 2008 - 2009 > \ln 2009 - 2010$
Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε τα θέματα** στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων και όχι πριν τις **10.00 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙΔΕΣ