

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
(ΟΜΑΔΑ Α΄)**

**ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)  
ΠΕΜΠΤΗ 21 ΜΑΪΟΥ 2015  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι**

**ΗΜΕΡΗΣΙΑ**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Για μία συνεχή συνάρτηση  $f$  να γράψετε τις τρεις κατηγορίες σημείων, τα οποία είναι πιθανές θέσεις τοπικών ακροτάτων.

**Μονάδες 6**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Η επικρατούσα τιμή μίας μεταβλητής είναι μοναδική.

(Μον. 2)

**β)** Έστω συνεχής συνάρτηση  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  και  $x_0$  ένα στάσιμο σημείο της  $f$  (δηλαδή  $f'(x_0) = 0$ ). Αν η  $f$  είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο  $x_0$ , τότε παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  $x_0$  όταν  $f''(x_0) < 0$ .

(Μον. 2)

**γ)** Έστω συνάρτηση  $f$  συνεχής στο  $[a, \beta]$ . Τότε ισχύει:

$$\int_a^a f(x) dx = a, \text{ όπου } a \in \mathbb{R}^*$$

(Μον. 2)

**δ)** Αν οι συναρτήσεις  $f, g: A \rightarrow \mathbb{R}$  είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους  $A$ , τότε και η  $f \cdot g$  είναι παραγωγίσιμη στο  $A$  και ισχύει:

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)$$

(Μον. 2)

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ε) Η σχετική συχνότητα τιμής  $x_i$  μίας μεταβλητής συμβολίζεται με  $f_i$  και ισχύει  $f_i = \frac{v_i}{v}$ .

(Μον. 2)

**Μονάδες 10**

**A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α)  $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \dots$ , με  $\beta > \alpha > 0$

(Μον. 3)

β)  $(c)' = \dots$ , αν  $c$  σταθερά

(Μον. 3)

γ) Αν η μεταβλητή  $x$  παίρνει τις τιμές  $x_1, x_2, \dots, x_k$  με αντίστοιχες συχνότητες  $v_1, v_2, \dots, v_k$  τότε η μέση τιμή της μεταβλητής είναι:  $\bar{x} = \dots$

(Μον. 3)

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Β**

Οι χρόνοι (σε λεπτά) 50 μαθητών της Γ΄τάξης ενός ΕΠΑ.Λ για να γράψουν ένα διαγώνισμα, δίνονται στον παρακάτω πίνακα κατανομής:

Χρόνος σε λεπτά	Κέντρο κλάσης $\kappa_i$	Συχνότητα $v_i$	Αθροιστική Συχνότητα $N_i$	$\kappa_i \cdot v_i$
[5 – 15)		20		
[15 – 25)			34	
[25 – 35)		12		
[35 – 45)				
<b>ΣΥΝΟΛΑ</b>		$v = 50$		

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

**B1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον προηγούμενο πίνακα και να τον συμπληρώσετε σωστά.

**Μονάδες 7**

**B2.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  του χρόνου, που χρειάστηκαν οι μαθητές για να γράψουν το διαγώνισμα.

**Μονάδες 5**

**B3.** Να υπολογίσετε τη διακύμανση  $s^2$  (Μον. 7) και την τυπική απόκλιση  $s$  της μεταβλητής (Μον. 2).

**Μονάδες 9**

**B4.** Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας CV%.

**Μονάδες 4**

(Δίνεται:  $\sqrt{96} \approx 10$ )

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda} & , \text{ αν } x > 2 \\ 4x + 4e^{x-2}, & \text{ αν } x \leq 2 \end{cases}$$

όπου  $\lambda \in \mathbb{R}^*$ .

**Γ1.** Να βρείτε το:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

**Μονάδες 4**

**Γ2.** Να βρείτε το:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

**Μονάδες 8**

**Γ3.** Να βρείτε για ποιές τιμές του  $\lambda$  η συνάρτηση είναι συνεχής στο  $x_0 = 2$ .

**Μονάδες 6**

**Γ4.** Για  $\lambda=1$  να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα  $\int_1^2 f(x)dx$ .

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Δ**

Μία ομάδα περιβαλλοντολόγων εκτιμά ότι το βάρος  $B$  ( $B$  σε τόνους) ενός παγόβουνου μεταβάλλεται με τον χρόνο  $t$  ( $t$  σε έτη) σύμφωνα με τη συνάρτηση:

$$B(t) = -\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15, \quad 0 \leq t \leq 10$$

**Δ1.** Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου.

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Ποιά χρονική στιγμή το βάρος του παγόβουνου γίνεται μέγιστο;

**Μονάδες 8**

**Δ3.** Να αποδείξετε ότι, αν  $t \in [6, 9]$ , τότε ισχύει:

$$B(9) \leq B(t) \leq B(6)$$

**Μονάδες 5**

**Δ4.** Ποιά χρονική στιγμή ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου γίνεται μέγιστος;

**Μονάδες 7**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

**ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ**

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ- Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
(ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)  
ΠΕΜΠΤΗ 21 ΜΑΪΟΥ 2015  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι  
**ΕΣΠΕΡΙΝΑ**

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Τι ονομάζεται εύρος των τιμών μίας ποσοτικής μεταβλητής;

**Μονάδες 5**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Η μέση τιμή εξαρτάται από όλες τις τιμές μίας μεταβλητής.  
(Μον. 2)

**β)** Αν

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell_1 \text{ και } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \ell_2, \text{ όπου } \ell_1, \ell_2 \in \mathbb{R}, \text{ τότε}$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \ell_1 + \ell_2$$

(Μον. 2)

**γ)** Οι ποιοτικές μεταβλητές διακρίνονται σε διακριτές και συνεχείς.

(Μον. 2)

**δ)** Αν μία συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0$ , τότε το  $x_0$  ανήκει στο πεδίο ορισμού της.

(Μον. 2)

**ε)** Το ορισμένο ολοκλήρωμα μίας συνάρτησης μπορεί να είναι αρνητικός αριθμός.

(Μον. 2)

**Μονάδες 10**

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ- Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

**A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε σωστά τις ισότητες.

α)  $(f \cdot g)'(x) = \dots$

β)  $(\sin x)' = \dots$

γ)  $\int_a^\beta e^x dx = \dots$

δ)  $(\ln x)' = \dots, \quad x > 0$

ε)  $\int_a^\beta 1 dx = \dots$

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} 3a - 2x, & x < 3 \\ 2\beta - 4, & x = 3 \\ \frac{x^2 - 9}{x - 3}, & x > 3 \end{cases}$$

όπου  $a, \beta \in \mathbb{R}$ .

**B1.** Να βρεθεί το  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ .

**Μονάδες 3**

**B2.** Να βρεθεί το  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ .

**Μονάδες 6**

**B3.** Να βρεθούν οι τιμές των  $a, \beta$ , ώστε η συνάρτηση  $f$  να είναι συνεχής στο  $x_0 = 3$ .

**Μονάδες 10**

**B4.** Για  $a = 4$  και  $\beta = 5$  η συνάρτηση γίνεται:

$$f(x) = \begin{cases} 12 - 2x, & x < 3 \\ 6, & x = 3 \\ x + 3, & x > 3 \end{cases}$$

Να υπολογιστούν οι τιμές:  $f(0), f(1), f(3), f(4), f(5)$  και να βρεθεί η διάμεσος αυτών.

**Μονάδες 6**

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ- Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

**ΘΕΜΑ Γ**

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι ημέρες απουσίας 50 μαθητών της Δ΄ τάξης ενός Εσπερινού ΕΠΑ.Λ. κατά τον μήνα Μάρτιο:

Ημέρες απουσίας	Κέντρο Κλάσης $\kappa_i$	Συχνότητα $\nu_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i \%$	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα $F_i \%$	$\kappa_i \nu_i$
[0 – 2)	1				
[2 – 4)	3	10			
[4 – 6)	5	12			
[6 – 8)	7	8			
[8 – 10)	9	$a$			
<b>ΣΥΝΟΛΑ</b>		<b><math>\nu = 50</math></b>			

**Γ1.** Να υπολογιστεί η τιμή της παραμέτρου  $a$ , για την οποία ισχύει:  $a = \int_0^1 (2x + 4)dx$

**Μονάδες 4**

**Γ2.** Για  $a = 5$  να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 9**

**Γ3.** Για  $a = 5$  να βρεθεί η μέση τιμή των ημερών απουσίας των μαθητών.

**Μονάδες 4**

**Γ4.** Για  $a = 5$  να βρεθεί το ποσοστό των μαθητών που απουσίασαν τουλάχιστον 6 ημέρες.

**Μονάδες 4**

**Γ5.** Για  $a = 5$  να βρεθεί η διάμεσος.

**Μονάδες 4**

## ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ- Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

### ΘΕΜΑ Δ

Η ημερήσια είσπραξη (σε €) μίας μονάδας παραγωγής χάλυβα από την πώληση  $x$  τόνων χάλυβα δίνεται από τη συνάρτηση

$$E(x) = 250x, \quad 0 \leq x \leq 20,$$

ενώ το συνολικό κόστος παραγωγής αυτής της ποσότητας δίνεται από τη συνάρτηση

$$K(x) = 10x^2 - 50x + 500$$

**Δ1.** Να αποδειχτεί ότι η συνάρτηση του κέρδους είναι:

$$P(x) = -10x^2 + 300x - 500$$

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Να βρεθεί το κέρδος της μονάδας παραγωγής από την πώληση 10 τόνων χάλυβα.

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Ποιός είναι ο ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης κέρδους;

**Μονάδες 3**

**Δ4.** Πόση ποσότητα χάλυβα πρέπει να πουληθεί, ώστε το κέρδος της μονάδας παραγωγής να γίνει μέγιστο;

**Μονάδες 7**

**Δ5.** Να βρεθεί το μέγιστο κέρδος της μονάδας παραγωγής.

**Μονάδες 4**

### ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.**
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.**
4. Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**  
**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

**ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ**