

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ 20 ΙΟΥΝΙΟΥ 2001

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ 1ο

Δίνεται ο πίνακας συχνοτήτων

x_i	Συχνότητα (v_i)	$v_i x_i$	Σχετική Συχνότητα (f_i)	Σχετική Συχνότητα % ($f_i \%$)
1	12			
2	15			
3	8			
4	5			
5	10			
Αθροί- σματα				

α. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 19

β. Να βρείτε τη μέση τιμή.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται ο πίνακας $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

α. Να υπολογίσετε τον πίνακα A^2

Μονάδες 8

β. Να βρείτε τον πίνακα $B = xA + yI$, όπου x, y πραγματικοί αριθμοί και $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Μονάδες 7

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

γ. Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί x, y ώστε $A^2=B$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, με

$$f(x) = -2x^3 - 3x^2 + 12x + \sqrt{2}$$

α. Να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης f .

Μονάδες 5

β. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 10

γ. Να βρείτε τα σημεία στα οποία η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικά ακρότατα.

Μονάδες 5

δ. Να υπολογίσετε τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης f .

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}, & x > 3 \\ \lambda^2 x^2 + 3\lambda x + 1, & x \leq 3 \end{cases}$$

όπου λ πραγματικός αριθμός. Να βρείτε:

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

α. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

Μονάδες 8

β. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

Μονάδες 5

- γ. Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού λ για τις οποίες η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $x_0=3$.

Μονάδες 12

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ
ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ
ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ
ΤΕΤΑΡΤΗ 20 ΙΟΥΝΙΟΥ 2001
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ 1ο

Δίνονται οι πίνακες:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

α. Να υπολογίσετε τον πίνακα $3A - 4B$.

Μονάδες 5

β. Να υπολογίσετε τον πίνακα X έτσι ώστε να ισχύει:

$$2A + X = 3B$$

Μονάδες 10

γ. Να υπολογίσετε τον πίνακα $A^2 + 2B^2$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2ο

Να παραγωγίσετε τις παρακάτω συναρτήσεις:

α. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = 3x^3 + 4x^2 - 5x$.

Μονάδες 5

β. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = (x^2 - 1)(x + 1)$.

Μονάδες 8

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

γ. $f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$.

α. Να την εξετάσετε ως προς την μονοτονία.

Μονάδες 12

β. Να βρείτε σε ποιο σημείο η συνάρτηση παρουσιάζει τοπικό ακρότατο και να το υπολογίσετε.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 4ο

Εξετάσαμε 20 οικογένειες ως προς τον αριθμό των παιδιών που έχουν. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός παιδιών (x_i)	Οικογένειες (v_i)
0	3
1	5
2	8
3	3
4	1
ΣΥΝΟΛΟ	20

α. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή.

Μονάδες 5

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

β. Να βρείτε τη μέση τιμή.

Μονάδες 10

γ. Να κατασκευάσετε τον πίνακα αθροιστικών συχνοτήτων και να βρείτε πόσες οικογένειες έχουν λιγότερα από τρία παιδιά.

Μονάδες 10

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.**
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
Τ.Ε.Λ.

ΣΑΒΒΑΤΟ 16 ΙΟΥΝΙΟΥ 2001

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΑΠΟΦΟΙΤΟΥΣ
ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΤΟΜΕΩΝ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΖΗΤΗΜΑ 1ο

A. α) Δίνεται ο πίνακας $M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

Να υπολογίσετε τον πίνακα $N = M^2 - 4M + I_2$

β) Δίνεται ότι ο πίνακας A έχει διάσταση 3×2 , ο πίνακας B 1×4 , ο πίνακας Γ 4×3 , ο πίνακας Δ 2×1 και ο πίνακας E 2×4 . Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω πράξεις $B \cdot \Gamma$, $B \cdot \Delta$, $\Delta \cdot B + 3E$, A^2 και $A + B$ ορίζουν πίνακες και να βρείτε τις διαστάσεις των πινάκων αυτών.

B. α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(0, 1)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης -2

β) Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{e^x - e}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{8}{x} + 2004 \right)$$

ΖΗΤΗΜΑ 2ο

- A. α)** Η γενέτειρα λ ενός κώνου είναι 17 cm και το ύψος του 15 cm. Να βρείτε την ακτίνα της βάσης του και τον όγκο του.
- β)** Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x + 3}, & x \neq -3 \\ \alpha, & x = -3 \end{cases}$$

Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού α , ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο $x_0 = -3$

- B.** Να μεταφερθεί στο τετράδιό σας και να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

Συνάρτηση f	Πρώτη παράγωγος f'
$\ln x, \quad x > 0$
$\frac{1}{x}, \quad x \neq 0$
$\eta \mu x$
$\sigma \upsilon \nu x$
$\sqrt{x}, \quad x > 0$

ΖΗΤΗΜΑ 3ο

- A.** Η χωρητικότητα σε λίτρα των πνευμόνων ενός ανθρώπου ηλικίας x ετών δίνεται από τη συνάρτηση $f(x) = -\frac{1}{200}x^2 + \frac{1}{5}x + 4$, $10 \leq x \leq 35$.

Σε ποια ηλικία οι πνεύμονες του ανθρώπου έχουν τη μέγιστη χωρητικότητα;

B. Δίνονται οι συναρτήσεις f και g με τύπους $f(x) = 1-x^2$ και $g(x) = x - 1$

Να βρείτε το πεδίο ορισμού, τον τύπο και την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων:

$$f + g, \quad \frac{g}{f}$$

ΖΗΤΗΜΑ 4ο

A. α) Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση $x^2 - 6x + y^2 - 8y = 0$ παριστάνει κύκλο και να προσδιοριστεί το κέντρο και η ακτίνα αυτού του κύκλου.

β) Να βρεθούν τα σημεία τομής του παραπάνω κύκλου με τον άξονα $y' y$.

B. Δέκα κοινότητες ενώθηκαν σε ένα Δήμο σύμφωνα με το σχέδιο "ΙΩΑΝΝΗΣ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΣ". Ο πληθυσμός του Δήμου αυτού t χρόνια μετά την ένωση δίνεται από τη συνάρτηση με τύπο

$$P(t) = 10t e^{\frac{t}{10}} - 100e^{\frac{t}{10}} + 10100, \quad 0 \leq t \leq 22$$

α) Να αποδείξετε ότι $P'(t) = t e^{\frac{t}{10}}$

β) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του πληθυσμού 10 χρόνια μετά την ένωση (στο τελικό αποτέλεσμα να λάβετε $e = 2,7$).

ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΥΠΟΨΗΦΙΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Δεν θα αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο, εκτός από τη μεταφορά του πίνακα του θέματος 2B.
2. Στην πρώτη σελίδα των φωτοαντιγράφων να γράψετε το **ονοματεπώνυμό** σας στο πάνω μέρος αμέσως μόλις σας - παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία καταστρέφονται μετά την παράδοσή τους.
3. Να απαντήσετε σε όλα τα ζητήματα.
4. Να χρησιμοποιηθεί τόσο στις απαντήσεις των θεμάτων όσο και στα σχήματα **ΜΟΝΟ** στυλό διαρκείας χρώματος μπλε ή μαύρου.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού (Blanco) και υπολογιστή τσέπης.
6. Επιτρέπεται η χρήση οργάνων σχεδίασης.
7. **Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.**
8. **Διάρκεια εξέτασης υποψηφίων τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων. Δυνατή αποχώρηση μία (1) ώρα μετά την έναρξη της εξέτασης.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**