

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
(ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΤΡΙΤΗ 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2014
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΗΜΕΡΗΣΙΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

A1. Δίνεται μία συνάρτηση $f:[\alpha,\beta]\rightarrow\mathbb{R}$. Να δώσετε τον ορισμό της συνέχειας της f στο διάστημα $[\alpha,\beta]$.

Μονάδες 6

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha,\beta]$ και η F είναι μία

παράγουσα της f , τότε ισχύει: $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = F(\beta) - F(\alpha)$

(Μον. 2)

β) Το εύρος των τιμών μιας μεταβλητής δεν επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές της.

(Μον. 2)

γ) Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και $c \in \mathbb{R}$ μία σταθερά, τότε ισχύει:

$$(c \cdot f)'(x) = f'(x) + c$$

(Μον. 2)

δ) $(x^{\alpha})' = \alpha \cdot x^{\alpha+1}, x > 0, \alpha \in \mathbb{R}^*$.

(Μον. 2)

ε) Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, τότε ισχύει:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = - \int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx.$$

(Μον. 2)

Μονάδες 10

A3. Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες:

α) Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} , τότε: $(f - g)'(x) = \dots$

(Μον. 3)

β) $\int_{\alpha}^{\beta} \sin x dx = \dots$

(Μον. 3)

γ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell, \ell \in \mathbb{R}$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \dots$

(Μον. 3)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει: $x \cdot f(x) - 2 \cdot f(x) = x^2 - 4$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

B1. Να δείξετε ότι: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$, για $x \neq 2$.

Μονάδες 7

B2. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.

Μονάδες 9

B3. Να βρείτε το $f(2)$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι ηλικίες των υπαλλήλων μίας εταιρείας:

Α/Α	Ηλικίες υπαλλήλων	Συχνότητα (αριθμός υπαλλήλων) ν_i	Κέντρο κλάσης x_i	$x_i \nu_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$
1 ^η κλάση	[25, 35)	100			
2 ^η κλάση	[35, 45)	50			
3 ^η κλάση	[45, 55)	40			
4 ^η κλάση	[55, 65)	10			
ΣΥΝΟΛΑ		$\nu=200$			

Γ1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 7

Γ2. Να υπολογίσετε τη μέση ηλικία των υπαλλήλων.

Μονάδες 5

Γ3. Να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν ηλικία τουλάχιστον σαράντα πέντε (45) ετών.

Μονάδες 4

Γ4. Από την εταιρεία αποχωρούν πέντε (5) υπάλληλοι της 4^{ης} κλάσης, πέντε (5) υπάλληλοι της 2^{ης} κλάσης και ταυτόχρονα προσλαμβάνονται δέκα (10) υπάλληλοι με ηλικίες στην 1^η κλάση. Να υπολογίσετε τη νέα μέση τιμή της ηλικίας των υπαλλήλων.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^x \cdot (x-1)$, $x \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι: $f'(x) = f(x) + e^x$.

Μονάδες 6

Δ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά της ακρότατα.

Μονάδες 9

Δ3. Αν $g(x) = f(x) + e^x$, $x \in \mathbb{R}$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης g , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες με εξισώσεις $x = -1$ και $x = 1$.

Μονάδες 10

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ- Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
(ΟΜΑΔΑ Α')

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β')

ΤΡΙΤΗ 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΕΣΠΕΡΙΝΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αναφέρετε, ονομαστικά, τις τρεις (3) παραμέτρους θέσης μιας μεταβλητής.

Μονάδες 3

A2. Να δώσετε τον ορισμό της επικρατούσας τιμής μιας μεταβλητής.

Μονάδες 3

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η διάμεσος επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές της μεταβλητής. (Μον. 2)

β) Η εκθετική συνάρτηση $f(x) = \alpha^x$, $x \in \mathbb{R}$, $0 < \alpha \neq 1$ είναι συνεχής στο \mathbb{R} . (Μον. 2)

γ) $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = -\int_{\beta}^{\alpha} f(x)dx$ (Μον. 2)

δ) Αν $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο (α, β) . (Μον. 2)

ε) $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) + f(x)g'(x)}{g^2(x)}$ (Μον. 2)

Μονάδες 10

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ- Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

A4. Να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα **α, β, γ** από τη στήλη **A** και δίπλα τον αριθμό **1,2,3,4** της στήλης **B** που δίνει τη σωστή αντιστοίχιση. Σημειώνεται ότι ένας αριθμός από τη στήλη B θα περισσέψει.

Στήλη A (Συνάρτηση f)	Στήλη B (Παράγουσα F)
α. $f(x) = 1, \quad x \in \mathbb{R}$	1. $F(x) = x + c$
β. $f(x) = \frac{1}{x}, \quad x > 0$	2. $F(x) = -\frac{1}{x^2} + c$
γ. $f(x) = \eta\mu x, \quad x \in \mathbb{R}$	3. $F(x) = \ln x + c$
	4. $F(x) = -\sigma\upsilon\nu x + c$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Σε ένα εκλογικό τμήμα προσήλθαν και ψήφισαν 300 πολίτες επιλέγοντας ένα (1) από τα πέντε (5) ψηφοδέλτια Α, Β, Γ, Δ, Ε. Τα αποτελέσματα καταγράφονται στον παρακάτω πίνακα, όπου λ είναι θετικός ακέραιος αριθμός.

Ψηφοδέλτιο (x_i)	Ψήφοι (v_i)	Σχ.συχνότητα (f_i)	Σχ.συχνότητα ($f_i\%$)
A			8λ
B			6λ
Γ			3λ
Δ			2λ
E			λ
Σύνολο	300	1	100

B1. Να υπολογίσετε την τιμή του λ.

Μονάδες 5

B2. Για $\lambda=5$, να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 15

B3. Για $\lambda=5$, να γίνει το ραβδόγραμμα των σχετικών συχνοτήτων ($f_i\%$).

Μονάδες 5

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ- Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{1 - x}, & x > 1 \\ 2\alpha + 3, & x = 1 \\ x^2 - \beta, & x < 1 \end{cases}$

Γ1. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.

Μονάδες 3

Γ2. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.

Μονάδες 5

Γ3. Να βρείτε τα α, β , ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0 = 1$.

Μονάδες 8

Γ4. Για $\alpha = -2$ και $\beta = 2$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\Pi = 20f(-10) - 5f(10) - 4f(1)$.

Μονάδες 4

Γ5. Για $\beta = 2$, να υπολογίσετε το $\int_{-1}^0 f(x) dx$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Ένας κήπος, σχήματος ορθογωνίου, με διαστάσεις x και y έχει εμβαδό 100 m^2 .

Δ1. Με δεδομένο ότι το εμβαδόν του ορθογωνίου δίνεται από τον τύπο $E = x \cdot y$, να αποδείξετε ότι η περίμετρος του κήπου δίνεται από τη συνάρτηση: $\Pi(x) = 2x + \frac{200}{x}$, $0 < x < 100$.

Μονάδες 8

Δ2. Να βρείτε την τιμή του x , ώστε ο κήπος να έχει ελάχιστη περίμετρο, την οποία και να υπολογίσετε.

Μονάδες 12

Δ3. Για την τιμή του x , που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα, να υπολογίσετε το κόστος της περιφράξης του κήπου, αν η περιφράξη στοιχίζει 10 € ανά μέτρο.

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε **μόνον** τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ